

Utilização da Análise por Envoltória de Dados na Contabilidade

Ariovaldo dos Santos

Brasil

Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade – Universidade de São Paulo

E-mail: arisanto@usp.br

Silvia Kassai

Brasil

Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade – Universidade de São Paulo

E-mail: sikassai@usp.br

Palavras-chave: Análise por Envoltória de Dados, Contabilidade, Métodos Quantitativos aplicados à Contabilidade

Tema: Aplicaciones Matemáticas a la Contabilidad de Gestión

Recursos Audiovisuais: Microcomputador (com Powerpoint) e projetor LCD

Agradecimentos

Os autores desejam agradecer à Fundação Instituto de Pesquisas Contábeis, Financeiras e Atuariais pelo apoio para a execução da pesquisa.

Utilização de Análise por Envoltória de Dados na Contabilidade

Palavras-chave: Análise por Envoltória de Dados, Contabilidade, Métodos quantitativos aplicado à Contabilidade

Tema: Aplicaciones Matemáticas a la Contabilidad de Gestión

Resumo

O avanço tecnológico alcançado atualmente permitiu a expansão da aplicação de ferramentas matemáticas e estatísticas a diversas áreas do conhecimento. A Contabilidade, que teve seu surgimento umbilicalmente ligado ao nascimento da Álgebra, pôde igualmente se beneficiar desse avanço.

No presente estudo pretende-se explorar as possibilidades de aplicação à Contabilidade de uma técnica matemática oriunda da pesquisa operacional: a Análise por Envoltória de Dados (DEA). Outro objetivo é desmistificar sua utilização através da apresentação de um exemplo prático desenvolvido em uma planilha de cálculo.

O trabalho encontra-se estruturado em cinco itens, incluindo esta Introdução. Inicialmente discute-se o histórico de evolução da Ciência Contábil e sua relação com as Ciências Exatas. Posteriormente as bases da Análise por Envoltória de Dados são apresentadas. É, então, desenvolvido um exemplo prático de utilização de DEA com base em informações contábeis de empresas brasileiras do setor elétrico brasileiro. Mais do que tirar conclusões sobre o desempenho das empresas, o objetivo do exemplo é apresentar didaticamente a aplicação da DEA. Para desmistificar sua utilização o exemplo é desenvolvido com auxílio de uma planilha de cálculo. Finalmente serão apresentadas outras possibilidades de aplicação da DEA à Contabilidade.

1. Introdução

O avanço tecnológico alcançado atualmente permitiu a expansão da aplicação de ferramentas matemáticas e estatísticas a diversas áreas do conhecimento. A Contabilidade, que teve seu surgimento umbilicalmente ligado ao nascimento da Álgebra, pôde igualmente se beneficiar desse avanço.

No presente estudo pretende-se explorar as possibilidades de aplicação à Contabilidade de uma técnica matemática oriunda da pesquisa operacional: a Análise por Envoltória de Dados (DEA). Outro objetivo é desmistificar sua utilização através da apresentação de um exemplo prático desenvolvido em uma planilha de cálculo.

O trabalho encontra-se estruturado em cinco itens, incluindo esta Introdução. Inicialmente discute-se o histórico de evolução da Ciência Contábil e sua relação com as Ciências Exatas. Posteriormente as bases da Análise por Envoltória de Dados são apresentadas. É, então, desenvolvido um exemplo prático de utilização de DEA com base em informações contábeis de empresas brasileiras do setor elétrico brasileiro. Mais do que tirar conclusões sobre o desempenho das empresas, o objetivo do exemplo é apresentar didaticamente a aplicação da DEA. Para desmistificar sua utilização o exemplo é desenvolvido com auxílio de uma planilha de cálculo. Finalmente serão apresentadas outras possibilidades de aplicação da DEA à Contabilidade.

2. Histórico

A Ciência Contábil está tão próxima dos números que muitos se aventuram a classificá-la como Ciência Exata. Seu nascimento esteve umbilicalmente ligado ao nascimento da Álgebra, conduzido também pelas mãos do monge Luca Paccioli. O livro *O Desafio aos Deuses* explicita esse nascimento conjunto, em uma passagem que vale a pena ser reproduzida. Ao tratar dos avanços que o Renascimento trouxe ao desenvolvimento da álgebra e da concepção moderna de risco, cita a atuação importante de Luca Paccioli (BERNSTEIN, 1997: p. 41 – 42):

“O estímulo de grande parte desse interesse data de 1494, com a publicação de um notável livro de um monge franciscano chamado. Luca Paccioli. Paccioli nasceu em torno de 1445, em Borgo de San Sepulcro, cidade natal de Piero della Francesca. Embora a família exortasse o menino a se preparar para uma carreira nos negócios, Piero ensinou-lhe literatura, arte e história e recomendou que freqüentasse a famosa biblioteca da corte vizinha de Urbino. Ali, os estudos de Paccioli formaram a base da fama subsequente como matemático.

Aos vinte anos, Paccioli conseguiu um emprego em Veneza como preceptor dos filhos de um mercador rico. Ele comparecia a preleções públicas sobre filosofia e teologia e estudou matemática com um professor particular. Seu tio Benedetto, oficial do exército baseado em Veneza, ensinou a Paccioli arquitetura e questões militares.

Em 1470, Paccioli transferiu-se para Roma a fim de prosseguir os estudos e, aos 27 anos, tornou-se monge franciscano. Entretanto, ele continuou suas perambulações. Lecionou matemática em Perugia, Roma, Nápoles, Pisa e Veneza, antes de se fixar como professor de matemática em Milão, em 1496. Dez anos antes, recebera o título de magister, equivalente a um doutorado.

*A obra-prima de Paccioli, *Summa de arithmetic, geometria et proporcionalità* (as obras acadêmicas mais sérias ainda eram escritas em latim), apareceu em 1494. Escrito em elogio à ‘imensa abstração e sutileza da matemática’, a *Summa* reconhece a dívida de Paccioli para com o *Líber abaci*, de Fibonacci, elaborado trezentos anos antes. A *Summa* fixa princípios de álgebra e contém todas as tabuadas de multiplicação até 60 x 60 – um recurso útil em uma época em que a imprensa disseminava o uso do novo sistema de numeração.*

*Uma das contribuições mais notáveis do livro foi sua apresentação da contabilidade por partidas dobradas. Embora não fosse inventada por Paccioli, recebeu o mais extenso tratamento até então. A noção de contabilidade por partidas dobradas já se esboçara no *Líber abaci*, de Fibonacci, e aparecera em um livro publicado em torno de 1305 pela filial londrina de uma empresa italiana. Qualquer que seja sua origem, essa inovação revolucionária teve importantes conseqüências econômicas, comparáveis à descoberta da máquina a vapor trezentos anos depois.”*

É interessante a fixação de uma mesma data de nascimento para a Contabilidade e a Álgebra. É mais interessante retornar aos pontos de contato entre duas ciências que caminharam por trilhas distintas. Uma creditada às ciências exatas e puras. Outra às ciências humanas (ou sociais) e aplicadas. Ou não será tão simples assim?

As classificações dos ramos da Ciência preocupam aos estudiosos da Metodologia Científica e aos pesquisadores de cada campo de conhecimento, sem que se chegue, porém, a conclusões definitivas.

O Professor Eliseu MARTINS (1994: p. 89) salienta os aspectos humanos e sociais que envolvem a Contabilidade e a natureza subjetiva do processo de mensuração, registro e reconhecimento de transações contábeis. E declara: "*Que Sorte: a Contabilidade não é uma Ciência Exata*".

É também a resposta do Professor Sérgio de IUDÍCIBUS (1997: p. 69) à pergunta: Será a Contabilidade uma Ciência Exata?:

"As denominadas ciências factuais sociais, até pouco tempo, nem eram consideradas como ciências pelos puristas, exatamente pelo caráter de mutabilidade do ambiente social e do homem, que nele se insere e que o compõe e o altera, o que não permitiria a descoberta de leis estáveis, universais e imutáveis que deveriam reger os fenômenos sociais. Além disso, o campo social é difícil para se conduzirem experiências laboratoriais, tão do agrado dos cientistas naturais.

Apesar dessas dificuldades, hoje é geral a aceitação de alguns campos de conhecimento social como ciências, principalmente quanto mais for possível introduzir mensuração nelas. Nesse aspecto, a Economia já foi citada como a mais quantificável das ciências sociais. Com mais razão ainda, a Contabilidade o seria, dada a equação patrimonial básica, levando alguns até a considerá-la como ciência exata, pasmem! A Contabilidade, todavia, mesmo na aplicação da identidade fundamental, está longe de ser exata, quando pensamos nas aproximações, estimativas que devemos fazer para avaliar ativos e passivos, para estimar a despesa de depreciação, etc. Nem no sentido mensuracional a Contabilidade é exata. Ainda mais quando verificamos que serve para a tomada decisão de agentes econômicos (sociais), que alteram o status quo da sociedade.

Assim, concluiu-se que, se ciência é, certamente a Contabilidade não é ciência exata."

RODRIGUES, citado por Solange Garcia dos REIS (1997: p. 26), no entanto, posiciona a Contabilidade como Ciência Exata, fundamentando-se no Tratado de Contabilidade por Partidas Dobradas de Luca Paccioli, no desenvolvimento da teoria dos números positivos e negativos no campo da Álgebra, na exatidão do método de escrituração contábil e na crescente utilização de métodos quantitativos para resolução de problemas de Contabilidade.

Como se percebe, os estudiosos contábeis confluem para o entendimento da Contabilidade como Ciência Social, pois a compreendem envolvida, como estão a Economia e a Administração, no entendimento das relações entre os agentes econômicos e em sua expressão.

No entanto, se a Contabilidade não pode ser classificada como Ciência Exata pode, e deve, utilizar-se de ferramentas quantitativas na busca de compreender e descrever seu objeto de estudo.

É mesmo desejável que se busque a aproximação da Contabilidade com a pesquisa quantitativa, uma vez que lida com uma grande massa de dados, melhor compreendida com a utilização de parametrização, estatística e/ou determinística.

Igualmente, a utilização de métodos quantitativos tem a acrescentar à capacidade preditiva ou prospectiva da Contabilidade, durante muito tempo criticada por ser uma Ciência limitada à mensuração de eventos passados.

Percebe-se, atualmente, nas Ciências Sociais, e não apenas na Ciência Contábil, uma aplicação crescente de Métodos Quantitativos. Isso se deve, em parte, às facilidades introduzidas pela revolução tecnológica recente no tratamento estatístico de informações.

Para ter noção desse impacto na pesquisa contábil pode-se recorrer a uma avaliação da experiência de *Melhores e Maiores*, edição especial da Revista *Exame*, que anualmente avalia o desempenho das empresas brasileiras e elege a melhor empresa com base em

suas informações contábeis. Na abertura de sua 1ª. Edição¹ em 1974 fica clara essa restrição. Conta-se que para a elaboração do estudo “durante oito meses – a partir de 1973 – foram examinados mais de 10 mil balanços de empresas”. Foi selecionado então um conjunto de 1.600 balanços para análise em profundidade. E aí (EXAME, 1974: p. 4):

“Os dados recolhidos de cada balanço foram passados para cartões de computador, de modo a permitir o processamento eletrônico – único meio de tornar viável um empreendimento de tal porte, em que foram efetuados cerca de 18 milhões de cálculos e consumidas 212 horas de computador.”

Hoje trabalho semelhante, com cerca de 1.200 empresas e dados para 2 anos ou mais, poderia ser executado em uma planilha de cálculo como Microsoft Excel® em poucos minutos. Análises estatísticas sofisticadas, como Regressão Linear e Análise Discriminante, seriam implementadas para esse conjunto de dados.

É nesse contexto que se torna oportuno analisar as possibilidades de aplicação da Análise Envoltória de Dados à Contabilidade.

3. Das bases da Análise por Envoltória de Dados

O histórico de desenvolvimento do método de Análise Envoltória de Dados inicia com a tese de doutoramento de Eduardo Rhodes, apresentada à *Carnegie Mellon University* em 1978, sob orientação de W. W. COOPER.

O objetivo da pesquisa era avaliar os resultados de um programa de acompanhamento de estudantes carentes, instituído em escolas públicas americanas, com o apoio do governo federal. A idéia central era comparar o desempenho de um conjunto de alunos de escolas que participavam, com o de alunos de escolas que não aderiram ao programa. A *performance* dos alunos era medida em termos de produtos definidos, como, por exemplo, “*aumento da auto-estima em crianças carentes*” (medida por testes psicológicos) e insumos como “*tempo gasto pela mãe em exercícios de leitura com sua criança*”.

Essa tentativa de estimação da eficiência técnica de escolas, com base em múltiplos insumos e produtos, resultou na formulação do Modelo CCR (abreviatura de Charnes, Cooper e Rhodes, sobrenomes de seus autores) de Análise Envoltória de Dados e com a publicação do primeiro artigo no *European Journal of Operations Research* em 1978.

O modelo utiliza o método de otimização de programação matemática para, partindo da medida de eficiência técnica em casos de único produto/insumo proposta por Farrel em 1957, desenvolver um modelo que atenda a casos com múltiplos produtos/insumos, com a construção de um único produto “virtual” e um único insumo “virtual” (CHARNES, COOPER, LEWIN e SEIFORD, 1997: 3).

A formulação matemática do Modelo CCR original pode ser assim apresentada (CERETTA e NIEDERAUER, 2000: 3):

“Considere-se N empresas produzindo m quantidades de produtos y a partir de n quantidades de insumos x. Uma empresa k qualquer produz y_{rk} quantidades de produtos com a utilização de x_{ik} quantidades de insumos. O objetivo da DEA é encontrar o máximo indicador de eficiência h_k onde u_r é o peso específico a ser encontrado para um produto r e v_i o peso específico de cada insumo i.”

¹ Na época com a denominação de BRASIL EM EXAME.

$$\text{Maximizar } h_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}, \quad (3.1)$$

sujeito a

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{ij} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 0 \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{ik} = 1 \quad (3.3)$$

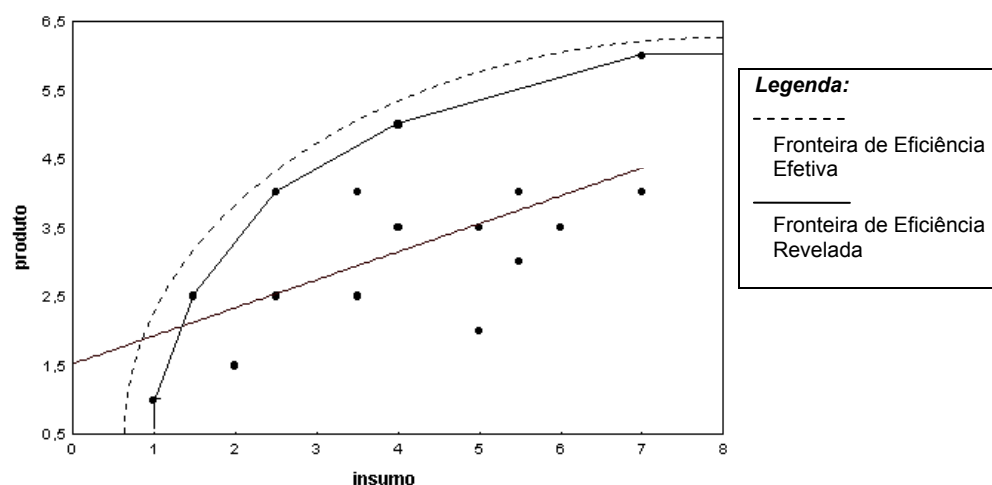
$$u_r, v_i \geq 0 \quad (3.4)$$

$y = \text{produtos}$; $x = \text{insumos}$; $u, v = \text{pesos}$

$r = 1, \dots, m$; $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, N$

Assim, tendo-se um conjunto de empresas e seu plano de produção realizado pode-se construir uma curva de produção que se constitui, então, no conjunto de produção revelado. Resolvendo-se o problema de programação linear (PL) proposto para cada uma das empresas, podem-se identificar aquelas cujo plano de produção, dados os pesos (preços) determinados para suas quantidades de produtos e insumos, não pode ser superado pelo plano de nenhuma outra empresa. A empresa é dita eficiente e torna-se referência para as demais. Resolvendo-se sucessivamente o problema para todas as empresas que compõem o conjunto considerado, são determinadas quais empresas são relativamente eficientes. Se os planos de produção de cada empresa forem pontos em um gráfico, obtém-se uma representação semelhante à da Figura 1.

Figura 1 – Análise DEA para um conjunto de empresas



Os pontos na figura são os planos de produção realizados pelas empresas em análise. A curva de produção reúne as empresas cujo plano de produção não foi superado por nenhuma outra, considerando os pesos (preços) determinados pela resolução do problema de Programação Linear para suas quantidades de insumos e produtos. É a chamada **Fronteira de Eficiência**. Ressalte-se que é a fronteira revelada pelo conjunto de produção considerado. Qualquer empresa que seja incluída ou excluída da análise modifica o conjunto de produção e, portanto, a fronteira.

Outro ponto a ser ressaltado é que a fronteira eficiente revelada pode não ser a fronteira eficiente efetiva, se as empresas em análise estiverem operando sob condições distantes do livre mercado. Ou seja, em economias protegidas ou setores monopolistas, a fronteira eficiente estaria revelando a eficiência relativa, considerando essas condições de operação, e existiria outra fronteira, indicada na Figura 1 pela curva pontilhada, que se constituiria no conjunto de produção ideal. Por isso, diz-se de **eficiência relativa** ou **Pareto eficientes**. As empresas eficientes seriam mais corretamente definidas como pontos **Pareto não-dominados**.

Os pontos abaixo da curva de eficiência representam planos de produção que foram “dominados” e estão “envolvidos” pela operação das empresas eficientes. Para cada um deles há uma opção, representada pelas quantidades praticadas ou por uma combinação convexa das quantidades praticadas pelas unidades de referência.

Nas palavras de Carlos HUMES Jr. (2001):

“DEA diz que uma condição necessária para que uma empresa A seja relativamente eficiente é que sua operação (avaliação) seja ‘melhor’ que as demais consideradas se A tiver o poder de definir os ‘preços’ (‘pesos’).”

A Análise por Envoltória de Dados pode ser considerada, portanto, como um corpo de conceitos e metodologias que está incorporada a uma coleção de modelos, com possibilidades interpretativas diversas (CHARNES, COOPER, LEWIN e SEIFORD, 1997: 23). Entre esses modelos os mais largamente utilizados são:

- Modelo CCR (1978) – desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes, permite uma avaliação objetiva da eficiência global e identifica as fontes e estimativas de montantes das ineficiências identificadas.
- Modelo BCC (1984) – criado por Banker, Charnes e Cooper, distingue entre ineficiências técnicas e de escala, estimando a eficiência técnica pura, a uma dada escala de operações, e identificando se estão presentes ganhos de escala crescentes, decrescentes e constantes, para futura exploração.

Segundo PAIVA (2000: 42),

“as diferenças fundamentais entre os modelos estão relacionadas a:

- *superfície de envelopamento (tipos de combinação e suposições sobre o retorno de escala); e*
- *tipo de projeção do plano ineficiente à fronteira.*

Os modelos CCR e BCC trabalham com diferentes tipos de tecnologias e, conseqüentemente geram fronteiras de eficiência diferentes e medidas de eficiência diferentes. No que diz respeito à orientação, cada um desses dois modelos pode ser escrito sob duas formas de projetar os planos ineficientes na fronteira: uma voltada para os produtos e outra voltada para os insumos. Na primeira orientação, as projeções dos planos observados sobre a fronteira buscam o máximo aumento equiproporcional de produção dado o consumo observado e, na segunda orientação, a maior redução equiproporcional do consumo para a produção observada”.

Será apresentada e discutida a formulação matemática de cada modelo, com as possibilidades de orientação já expostas. A preocupação na apresentação dos modelos será aprofundar suas características, limitações e possibilidades, de forma a estender sua compreensão a não-especialistas.

A formulação original do Modelo CCR tem orientação ao consumo e foi apresentada no item anterior. Está reproduzida a seguir para discussão:

$$\text{Maximizar } h_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}, \quad (3.5)$$

sujeito a

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{ik} = 1 \quad (3.7)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (3.8)$$

y = produtos ; x = insumos ; u, v = pesos

r = 1, ..., m ; i = 1, ..., n ; j = 1, ..., N

O modelo busca minimizar os consumos de insumos de forma a produzir no mínimo o nível de produção dado, expresso pela maximização da somatória das quantidades produzidas y multiplicadas pelos pesos (preços) u.

A primeira restrição (eq. 3.6) pode ser definida como o resultado da empresa, pois é a subtração entre o somatório das quantidades produzidas multiplicadas pelos pesos (preços)

dos produtos $(\sum_{r=1}^m u_r y_{rj})$ e o somatório da multiplicação dos insumos consumidos pelos pesos $(\sum_{i=1}^n v_i x_{ij})$. Está limitado a 0. Assim, as empresas eficientes obterão o resultado 0 para a primeira restrição.

Na segunda restrição (eq. 3.7), o somatório do produto das quantidades consumidas de recursos pelos pesos (preços) específicos para a empresa k $(\sum_{i=1}^n v_i x_{ik})$ é igual a 1. Portanto,

o máximo resultado possível de se obter para h_k é 1. Se a empresa k for eficiente, h_k será igual a 1. Se não for, obterá um indicador sempre inferior a 1.

Após resolver o programa linear para cada uma das empresas, obtém-se o grupo de empresas eficientes, para as quais h_k é igual a 1.

O Modelo CCR pode ter orientação a produto com a seguinte formulação:

$$\text{Minimizar } h_k = \sum_{i=1}^n v_i x_{ik}, \quad (3.9)$$

sujeito a

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 0 \quad (3.10)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rk} = 1 \quad (3.11)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (3.12)$$

$y = \text{produtos}; x = \text{insumos}; u, v = \text{pesos}$

$r = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, N$

O objetivo é a maximização do nível de produção utilizando no máximo o consumo de insumos observados. Os modelos são equivalentes e pressupõem retornos constantes de escala.

O outro Modelo de DEA é chamado de BCC, abreviatura de Banker, Charnes e Cooper, que o desenvolveram e apresentaram em artigo publicado na *Management Science* em 1984. O Modelo BCC pressupõe que as unidades avaliadas apresentem retornos variáveis de escala. Segundo BELLONI (2000: 68) “ao possibilitar que a tecnologia exiba propriedades de retornos à escala diferentes ao longo de sua fronteira, esse modelo admite que a produtividade máxima varie em função da escala de produção”.

A formulação matemática do Modelo BCC, com orientação ao consumo, é:

$$\text{Maximizar } \sum_{r=1}^m u_r y_{rk} - u_k, \quad (3.13)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{ik} = 1 \quad (3.14)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} - u_k \leq 0 \quad (3.15)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (3.16)$$

$y = \text{produtos}; x = \text{insumos}; u, v = \text{pesos}$

$r = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, N$

Percebe-se que é introduzida uma variável u_k representando os retornos variáveis de escala. Essa variável não deve atender à restrição de positividade; pode, portanto, assumir valores negativos.

A formulação matemática do Modelo BCC, com orientação ao produto, é:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n v_i x_{ki} + v_k, \quad (3.17)$$

sujeito a

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rk} = 1 \quad (3.18)$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{jr} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ji} - v_k \leq 0 \quad (3.19)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad (3.20)$$

$y = \text{produtos}; x = \text{insumos}; u, v = \text{pesos}$

$r = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, N$

Onde, novamente, o termo v_k representa a possibilidade de retornos de escala variáveis, podendo assumir valores negativos ou positivos.

Como ressaltado anteriormente, a possibilidade de retornos de escala variáveis do Modelo BCC admite que a produtividade máxima varie em função da escala de produção. O modelo permite, portanto, a utilização de unidades de portes distintos (BELLONI, 2000: 68).

Os Modelos CCR e BCC apresentam regiões de viabilidade distintas. A região viável do Modelo BCC é restringida a combinações convexas dos planos de produção observados, o que é caracterizado pelos retornos variáveis de escala. Como consequência, considerando orientação ao produto, o indicador de eficiência do Modelo BCC é menor ou igual ao indicador de eficiência do Modelo CCR (BELLONI, 2000: 69).

Os indicadores calculados pelos modelos podem ser analisados considerando as seguintes características:

Indicador de eficiência do Modelo BCC: corresponde a uma medida de eficiência técnica (ET), uma vez que está depurado dos efeitos de escala de produção.

Indicador de eficiência do Modelo CCR: indica uma medida de produtividade global, denominada de indicador de eficiência produtiva (EP).

Relacionando os indicadores, calculados considerando-se orientação ao produto, obtém-se o indicador de eficiência de escala (EEs):

$$EEs(x_k, y_k) = \frac{EP(x_k, y_k)}{ET(x_k, y_k)}, \quad (3.21)$$

Onde

$EEs(x_k, y_k) = \text{Eficiência de escala},$

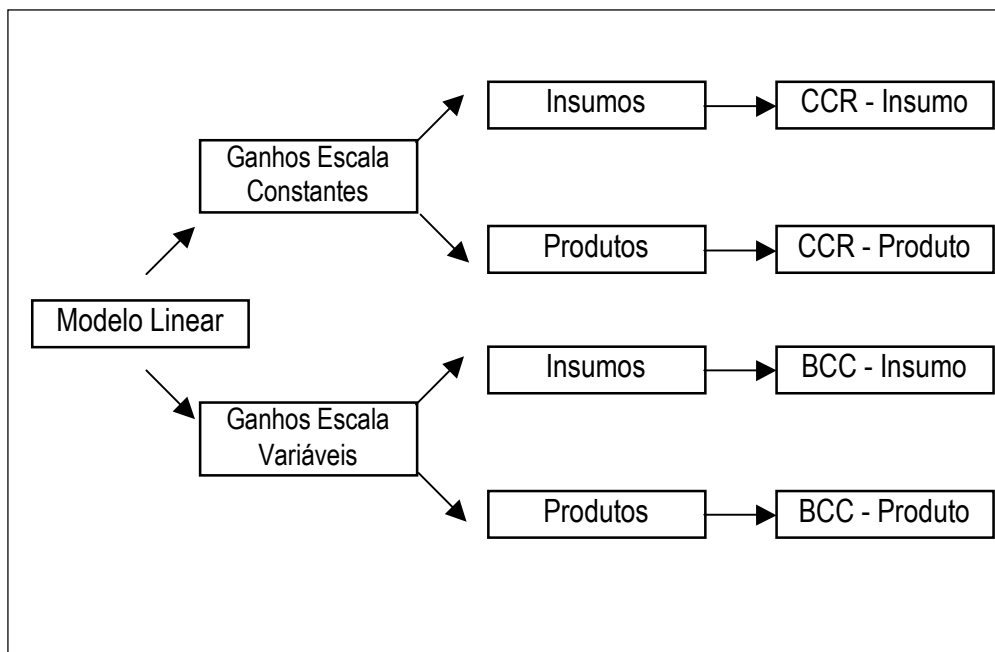
$EP(x_k, y_k) = \text{Eficiência produtiva},$

$ET(x_k, y_k) = \text{Eficiência técnica}$

As análises possíveis são assim resumidas:

- Se o indicador de eficiência produtiva for igual a 1, a unidade opera com eficiência produtiva e deve ter os demais indicadores iguais a 1.
- Se o indicador de eficiência produtiva for superior a 1, a unidade analisada apresenta ineficiência produtiva, que pode ser decorrente de ineficiência técnica ou de escala.
- Se o indicador de eficiência técnica for igual a 1, a ineficiência produtiva é decorrente de a unidade operar em uma escala inapropriada.
- Se o indicador de eficiência técnica for maior que 1, a unidade opera com ineficiência técnica. Calcula-se, então, o indicador de eficiência de escala para constatar se a unidade opera com eficiência de escala.
- Se o indicador de eficiência de escala for igual a 1, toda a ineficiência é decorrente de fatores técnicos.
- Se o indicador de eficiência de escala for maior que 1, a unidade analisada apresenta fatores de ineficiências técnicas e de escala.

Para finalizar, a Figura 2 resume os modelos DEA e suas aplicações, apresentando uma indicação para sua utilização.



(Adaptado de: CHARNES, COOPER, LEWIN, SEIFORD, 1997: 67).

Figura 2 – Classificação entre ganhos de escala e orientação

A seguir será apresentado um exemplo prático utilizando informações de empresas do setor elétrico brasileiro. O exemplo tem finalidades didáticas e o objetivo de, tão-somente, explorar as possibilidades da aplicação da Análise por Envoltória de Dados às informações contábeis.

4. Exemplo prático

Para o exemplo serão utilizados dados de um conjunto de empresas brasileiras do setor de energia elétrica. Para facilitar a simulação do exemplo, o modelo será desenvolvido utilizando a ferramenta Solver® do Excel®. Ressalte-se, ainda, que o exemplo atende somente a finalidades didáticas, não se considerando válidas as análises depuradas das relações que estabelece.

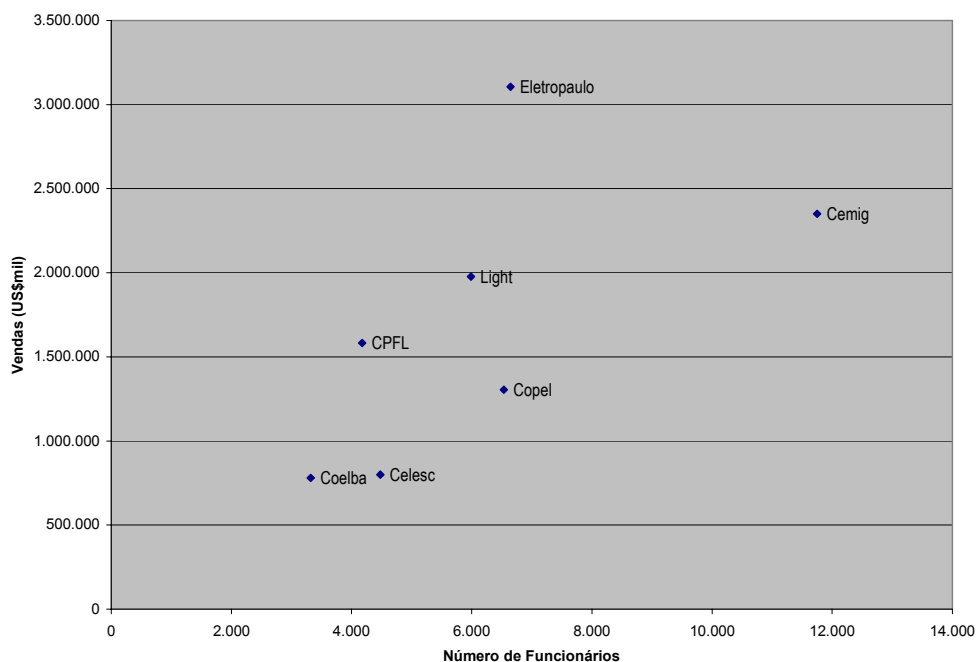
Foram incluídas sete empresas para a preparação do exemplo, para as quais relacionaram-se o número de funcionários, valor total de vendas e o ativo total para o ano de 1999. Os dados estão reproduzidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Empresas consideradas no exemplo

Empresas	Número de Empregados	Ativo	Vendas
Celesc	4.478	1.487.845	800.331
Coelba	3.320	1.599.784	780.880
CPFL	4.176	3.888.613	1.582.624
Light	5.988	5.147.807	1.977.704
Eletropaulo	6.646	5.221.847	3.105.869
Copel	6.536	5.299.049	1.305.444
Cemig	11.748	7.475.831	2.349.306

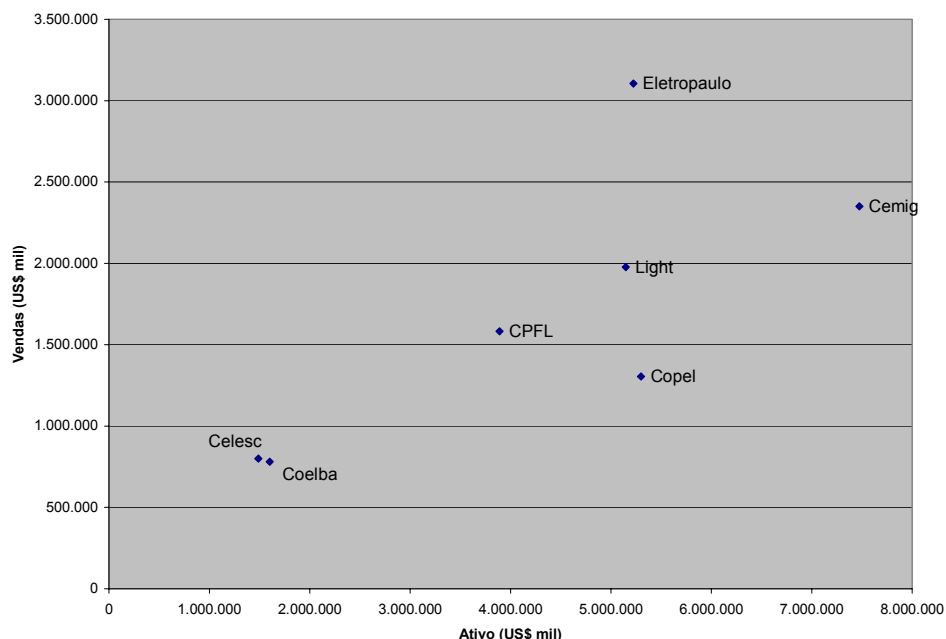
Pela análise da Tabela 1 constata-se que as empresas têm número de funcionários e volume de vendas variáveis. A empresa com o maior número de funcionários é a Cemig, com 11.748 colaboradores. Mas, contrariamente ao que se poderia esperar, não é a Cemig que apresenta o maior valor de vendas. A Eletropaulo, com 6.646 colaboradores, obteve, em 1999, US\$ 3.105.869 de vendas. O Figura 3 mostra a posição de vendas em relação ao número de funcionários de cada empresa considerada.

Figura 3 – Vendas em relação ao número de funcionários – empresas do exemplo



Com relação a Ativo e Vendas, as análises se repetem: a empresa com maior Ativo, Cemig, não é a que tem o maior volume de vendas. Novamente, a atuação da Eletropaulo supera as demais empresas. Outro fato interessante é que a Celesc, que tem o menor montante de Ativo, supera em vendas a penúltima colocada Coelba. As análises estão representadas na Figura 4.

Figura 4 – Ativo em relação a vendas – empresas do exemplo



Cabe a pergunta: Coelba, Copel, Light, CPFL e Celesc, com base nas informações apresentadas, podem ser consideradas eficientes em sua operação?

Para se responder à pergunta poder-se-ia pensar em uma medida ponderada entre vendas e número de funcionários: um indicador. Para as empresas analisadas, os indicadores vendas por funcionário e vendas por ativo são apresentados na Tabela 2.

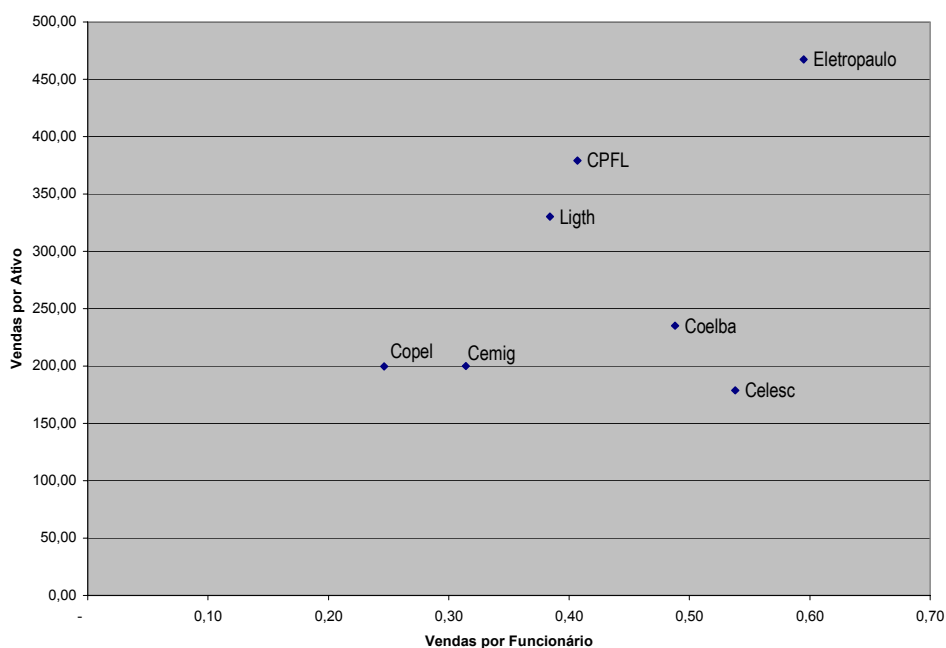
Tabela 2 – Indicadores para as empresas do exemplo

Empresas	Vendas Funcionários	Vendas/ Ativo
Eletropaulo	467,33	0,59
CPFL	378,98	0,41
Light	330,28	0,38
Coelba	235,20	0,49
Cemig	199,97	0,31
Copel	199,73	0,25
Celesc	178,73	0,54

A análise dos indicadores indica novamente a superioridade da operação da Eletropaulo, sendo seguida por CPFL. Celesc apresenta o menor indicador de vendas por funcionários para as empresas analisadas. Porém, é a segunda colocada se considerado o giro (0,54), perdendo apenas para a Eletropaulo. Deveria ser considerada ineficiente ou eficiente?

A Figura 5 resume as informações. A Eletropaulo aparece graficamente posicionada muito distante das demais empresas, podendo ser classificada como *outlier*. Nas análises estatísticas tradicionais, seria estudada a conveniência de sua exclusão, pois seu comportamento mostra-se muito distinto das demais unidades em observação. Na análise DEA, seu comportamento será utilizado para compreender e avaliar a atuação das demais unidades, com a indicação de alternativas às demais para alcançar um desempenho semelhante, em sua escala de operação.

Figura 5 – Indicadores para as empresas do exemplo



Construiu-se, então, um modelo DEA para avaliação do grupo de empresas. O modelo considera retornos constantes de escala e orientação ao insumo: é o CCR orientado ao insumo, apresentado nas Equações 3.5 a 3.8.

É montada inicialmente uma planilha com as informações apresentadas. Para o modelo, o número de funcionários e o montante de ativos são considerados insumos e o valor de vendas, produto. Para cada empresa é então calculada uma equação que relaciona o valor de vendas multiplicado por um peso (preço) u , subtraído da soma do número de funcionários multiplicado pelo peso (preço) $v1$ com o montante de ativos multiplicado por $v2$. Para tanto, determinam-se as células que contêm os valores de u , $v1$ e $v2$. É escolhida, ainda, uma célula para conter o valor a ser maximizado, que é o produto entre o valor de vendas e o respectivo peso (preço) da empresa sendo analisada (h_k), e outra para conter a restrição de que a soma dos valores dos insumos pelos respectivos pesos (preços) seja igual a 1 (Insumos).

A ferramenta de análise em Excel® que permite a construção do Modelo DEA é o Solver®. A Figura 6 apresenta as opções a serem preenchidas para elaboração do Modelo. A primeira definição é da célula de destino e da condição a ser atendida: *Máx* (Maximizar), *Mín* (Minimizar) ou *Valor de*. No exemplo, a célula de destino é B14.

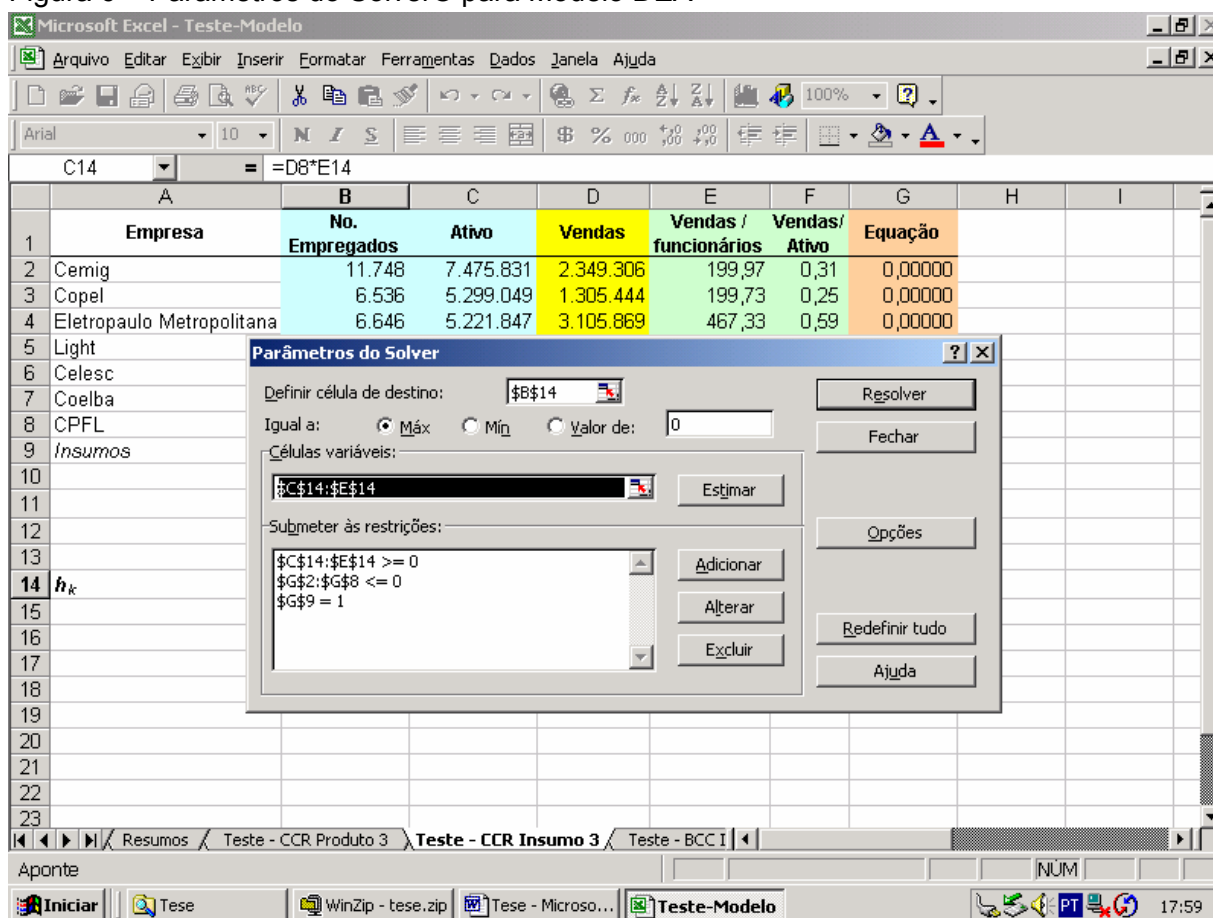
As células variáveis são as dos pesos (ou preços) u , $v1$ e $v2$: C14, D14 e E14. Os pesos (preços) são estimados pelo Modelo.

Finalmente, serão incluídas as restrições. De acordo com as Equações de 2.6 a 2.8, as restrições são: de que os pesos (preços) u , $v1$ e $v2$ sejam maiores do que 0; de que a equação, para cada empresa, seja menor ou igual a 0; e, de que a multiplicação dos pesos (preços) pela quantidade de insumos da empresa analisada seja igual a 1.

Seleciona-se então o botão *Opções* e, na janela que se abre, deve ser marcado *Presumir Modelo Linear*.

Com os parâmetros definidos é preciso somente acionar o botão *Resolver* na caixa de diálogo.

Figura 6 – Parâmetros do Solver® para Modelo DEA



O modelo deve ser resolvido para cada empresa, modificando as fórmulas das células B14 (h_k) e E9 (*Insumos*), para que contemplem as quantidades da empresa sob análise. A Figura 7 mostra os resultados do Solver® para essa empresa. A conclusão é de que a operação da Cemig não é eficiente ($h_k = 0,5283493 < 1$). E pela análise da coluna *Equação* conclui-se que Eletropaulo Metropolitana é eficiente, considerando os pesos (preços) definidos pela operação da Cemig: o resultado da Equação para a empresa é 0.

Figura 7 – Solução para a Cemig

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Empresa	No. Empregados	Ativo	Vendas	Vendas / funcionários	Vendas/ Ativo	Equação		
2	Cemig	11.748	7.475.831	2.349.306	199,97	0,31	-0,47165		
3	Copel	6.536	5.299.049	1.305.444	199,73	0,25	-0,41524		
4	Eletropaulo Metropolitana	6.646	5.221.847	3.105.869	467,33	0,59	0,00000		
5	Light	5.988	5.147.807	1.977.704	330,28	0,38	-0,24382		
6	Celesc	4.478	1.487.845	800.331	178,73	0,54	-0,01903		
7	Coelba	3.320	1.599.784	780.880	235,20	0,49	-0,03838		
8	CPFL	4.176	3.888.613	1.582.624	378,98	0,41	-0,16423		
9	Insumos						1,00000		
10									
11									
12									
13			$v1$	$v2$	u				
14	h_k	0,5283493	0,0000000	0,0000001	0,0000002				
15									
16									
17									
18		CCRMax							
19									
20									
21									
22									
23									
24									

Ao encontrar a solução, o Solver® apresenta uma caixa de diálogo *Resultados do Solver*. Para ter-se acesso às sugestões de melhoria, caso a empresa não seja eficiente, deve ser solicitado o *Relatório de Sensibilidade*. A Figura 8 mostra o Relatório de Sensibilidade gerado para a Cemig.

O relatório apresenta o preço sombra para as restrições, que são as equações de cada empresa e dos insumos, no Modelo CCR – Orientação ao Consumo. Já havia sido indicado pela solução que somente a Eletropaulo conseguiu ser eficiente com a melhor combinação de pesos (preços) para a Cemig. A Eletropaulo torna-se, então, referência para que a Cemig atinja a fronteira de eficiência. O Relatório de Sensibilidade, na coluna Sombra Preço, mostra o valor 0,75641. Esse coeficiente, aplicado aos insumos e produtos da Eletropaulo, fornece as metas de melhoria para a Cemig.

eficiência com indicadores de eficiência de 0,706735, 0,904384, 0,820661 e 0,810951, respectivamente.

O Modelo CCR com orientação ao produto pode ser implementado modificando-se: (1) a fórmula na célula B14, que passa a conter a multiplicação da quantidade de insumos consumidos pelos pesos (preços) específicos v_1 e v_2 ; (2) a célula E9, que passa a registrar a multiplicação entre a quantidade de produtos pelo peso (preço) específico u ; (3) o objetivo na caixa de Parâmetros do Solver, que é minimizar a célula B14.

A Tabela 5 apresenta o resultado para o exemplo considerando o Modelo CCR com orientação ao produto.

Tabela 5 – Resultado do exemplo – Modelo CCR – Orientação ao produto

Empresa	Cemig	Copel	Eletropaulo	Light	Celesc	Coelba	CPFL
Cemig	-0,892687	-2,405983	-0,675236	-1,588143	-2,620410	-2,685682	-1,984600
Copel	-0,785910	-1,339788	-0,594469	-0,884368	-2,306975	-2,364439	-1,105139
Eletropaulo	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
Light	-0,461467	-0,628646	-0,349058	-0,414957	-1,354599	-1,388340	-0,518545
Celesc	-0,036017	-0,989984	-0,027244	-0,653469	-0,105725	-0,108358	-0,816599
Coelba	-0,072636	-0,590337	-0,054943	-0,389670	-0,213218	-0,218529	-0,486946
CPFL	-0,310840	-0,282618	-0,235122	-0,186551	-0,912447	-0,935175	-0,233121
h_k	1,892687	2,339788	1,000000	1,414957	1,105725	1,218529	1,233121
v_1	0,000000	0,000358	0,000000	0,000236	0,000000	0,000000	0,000295
v_2	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000001	0,000001	0,000000
U	0,000000	0,000001	0,000000	0,000001	0,000001	0,000001	0,000001

O Modelo CCR mostra resultados idênticos com orientação ao consumo ou ao produto. Apenas a Eletropaulo é considerada relativamente eficiente, alcançando o indicador igual a 1. O indicador calculado no Modelo com orientação ao produto é o inverso do indicador apresentado na solução do Modelo com orientação ao insumo. Assim, para a Copel, $1/2,339788 = 0,427389$.

As metas para as unidades ineficientes, no entanto, diferem. Para o caso da Cemig, as sugestões de melhoria estão resumidas na Tabela 6.

Tabela 6 – Metas para Cemig – CCR Produto

Referência	Eletropaulo	Cemig	Diferença	%
Preço-sombra	1,43164			
N ° Empregados	9.515	11.748	-2.233	-19,01%
Ativo	7.475.831	7.475.831	0	0,00%
Vendas	4.446.502	2.349.306	2.097.196	89,27%

A indicação é de aumento de vendas de 89,27% e uma diminuição do número de funcionários de 19,01%. A Eletropaulo, única empresa considerada eficiente, é novamente a referência na melhoria do desempenho da Cemig.

A análise pode ser complementada com o desenvolvimento do Modelo BCC, que considera retornos variáveis à escala e permite segregar ineficiências de escala e técnica, conforme já discutido. Assim, são isolados efeitos decorrentes do porte das empresas.

Para o desenvolvimento do Modelo DEA – BCC com orientação ao consumo em Excel® parte-se das mesmas informações contidas na planilha anterior, acrescentando-se a variável u_k . A variável u_k deverá ser subtraída da fórmula de h_k e das equações de cada uma das empresas. As restrições não são modificadas. Novamente, o modelo deve ser resolvido para cada uma das empresas, modificando-se h_k e *Insumos*, para que representem em suas fórmulas os valores da empresa em consideração. Os valores obtidos depois de resolvido o modelo para todas as empresas são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Resultado do exemplo – Modelo BCC – Orientação ao consumo

Empresa	Cemig	Copel	Eletropaulo	Light	Celesc	Coelba	CPFL
Cemig	-0,465406	-1,033267	-0,695074	-0,961822	-4,024603	-2,538554	-1,617202
Copel	-0,400375	-0,406355	-0,526941	-0,440472	-2,561560	-0,968675	-0,636000
Eletropaulo	0,000000	-0,129081	0,000000	0,000000	-2,509671	-1,001807	-0,202029
Light	-0,234504	-0,212696	-0,297743	-0,192093	-2,459908	-0,803614	-0,332898
Celesc	0,000000	-0,173995	0,000000	-0,146786	0,000000	-0,348795	-0,272326
Coelba	-0,019187	0,000000	0,000000	0,000000	-0,075236	0,000000	0,000000
CPFL	-0,151660	0,000000	-0,165589	0,000000	-1,613587	-0,257831	0,000000
h_k	0,534594	0,593645	1,000000	0,807907	1,000000	1,000000	1,000000
v_1	0,000000	0,000153	0,000021	0,000135	0,000000	0,000301	0,000239
v_2	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000001	0,000000	0,000000
U	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
V_k	-0,025635	-0,380397	-0,109027	-0,310992	-1,000000	-1,000000	-0,595373

Conforme já discutido, a empresa classificada como eficiente pelo Modelo CCR, Eletropaulo, é também considerada eficiente pelo Modelo BCC. Conclui-se que a Eletropaulo opera com eficiências produtiva, técnica e de escala. Aparecem ainda classificadas como eficientes Celesc, Coelba e CPFL, considerados ineficientes no Modelo CCR.

As metas para as empresas ineficientes podem ser calculadas considerando os preços-sombra do Relatório de Sensibilidade, a ser gerado na solução de cada empresa. No caso da Cemig, as sugestões de melhoria são mostradas na Tabela 8.

Tabela 8 – Metas para Cemig – Modelo BCC Insumo

Referência	Eletropaulo	Celesc	Meta	Cemig	Diferença	%
Preço-Sombra	0,67185	0,32815	1			
N° Empregados	4.465	1.469	5.935	11.748	-5.813	-49,48%
Ativo	3.508.296	488.237	3.996.533	7.475.831	-3.479.298	-46,54%
Vendas	2.086.677	262.629	2.349.306	2.349.306	0	0,00%

Para discriminar entre ineficiência técnica ou de escala foram calculados os indicadores de eficiência segundo o Modelo BCC com orientação ao produto. Para tanto, foram efetuadas as seguintes alterações: (1) é acrescentada a variável v_k ; (2) a célula B14 passa a conter a multiplicação das quantidades consumidas pelo peso (preço) específico v , somada à variável v_k ; (3) a célula E9 apresenta a multiplicação do volume de produção pelo peso (preço) específico u ; (4) a variável v_k é subtraída da equação de cada empresa. Os resultados estão resumidos na Tabela 9.

Tabela 9 – Resultados do exemplo – Modelo BCC – Orientação ao produto

Empresa	Cemig	Copel	Eletropaulo	Light	Celesc	Coelba	CPFL
Cemig	-0,322037	-2,989755	-0,691682	-1,973479	-2,684230	-3,102881	-2,466131
Copel	-0,766365	-1,327202	-0,595032	-0,876060	-2,309161	-2,352322	-1,094757
Eletropaulo	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
Light	-0,480212	-0,553358	-0,348517	-0,365261	-1,352502	-1,329156	-0,456443
Celesc	-0,981370	-0,741921	0,000000	-0,489727	0,000000	0,000000	-0,611981
Coelba	-0,989649	-0,209776	-0,028516	-0,138469	-0,110663	0,000000	-0,173036
CPFL	-0,648381	0,000000	-0,225395	0,000000	-0,874697	-0,739208	0,000000
h_k	1,322037	2,327202	1,000000	1,365261	1,000000	1,000000	1,000000
v_1	0,000000	0,000472	0,000000	0,000312	0,000000	0,000093	0,000390
v_2	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000001	0,000001	0,000000
U	0,000000	0,000001	0,000000	0,000001	0,000001	0,000001	0,000001
V_k	1,322037	-0,760437	-0,038099	-0,501950	-0,147852	-0,486708	-0,627255

Novamente, para obter-se o indicador de eficiência de 0 a 1, é necessário calcular-se o inverso do indicador apresentado na solução do Modelo com orientação ao produto. A Tabela 10 apresenta os indicadores de eficiência calculados pelo Modelo com orientação do produto, para cada um das empresas consideradas.

Tabela 10 – Indicadores de Eficiência – Modelo BCC – Orientação ao produto

Empresa	Indicador
Cemig	0,7564
Copel	0,4297
Eletropaulo	1,0000
Light	0,7325
Celesc	1,0000
Coelba	1,0000
CPFL	1,0000

Os indicadores dos Modelos BCC com orientação ao produto e ao insumo não são iguais, como acontece com o Modelo CCR, mas mantêm a classificação entre empresas eficientes e ineficientes. A comparação dos indicadores obtidos com cada orientação é resumida na Tabela 11.

Tabela 11 – Comparação dos indicadores do Modelo BCC

Empresa	Or. Insumo	Or. Produto
Cemig	0,5346	0,7564
Copel	0,5936	0,4297
Eletropaulo	1,0000	1,0000
Light	0,8079	0,7325
Celesc	1,0000	1,0000
Coelba	1,0000	1,0000
CPFL	1,0000	1,0000

Igualmente diferem as sugestões de melhoria considerando a orientação ao consumo. Para o caso da Cemig, as metas estão resumidas na Tabela 12.

Tabela 12 – Metas para Cemig – BCC Produto

Referência	Eletropaulo	Cemig	Diferença	%
Preço-Sombra	1,00000			
N ° Empregados	6.646	11.748	-5.102	-43,43%
Ativo	5.221.847	7.475.831	-2.253.984	-30,15%
Vendas	3.105.869	2.349.306	756.563	32,20%

A unidade de referência é a Eletropaulo e as sugestões são de redução no número de funcionários e de investimentos nos ativos, de 43,43% e 30,15% respectivamente, e de aumento de 32,2% no volume de vendas.

Utilizando a Equação 2.21, pode-se calcular a eficiência de escala para cada uma das empresas, considerando os Modelos CCR e BCC com orientação ao produto. Os resultados são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 – Eficiência de escala

Empresa	Eficiência Produtiva	Eficiência Técnica	Eficiência de Escala
Cemig	1,8927	1,3220	1,4316
Copel	2,3398	2,3272	1,0054
Eletropaulo	1,0000	1,0000	1,0000
Light	1,4150	1,3653	1,0364
Celesc	1,1057	1,0000	1,1057
Coelba	1,2185	1,0000	1,2185
CPFL	1,2331	1,0000	1,2331

Pela análise Celesc, Coelba e CPFL apresentam ineficiências de escala, pois apresentam indicador de eficiência produtiva maior que 1, indicador de eficiência técnica igual a 1 e indicador de escala maior que 1. Copel e Light, no entanto, apresentam ineficiência técnica. O indicador de eficiência produtiva foi maior que 1, assim como o indicador de eficiência técnica. No entanto, o indicador de eficiência de escala é aproximadamente igual a 1. Conclusão: toda ineficiência detectada é de natureza técnica. Para a Cemig, o Modelo identificou ineficiências de escala e técnica.

Ressalte-se, para finalizar, que as análises feitas estão limitadas pelas empresas consideradas e pelos indicadores escolhidos. Para a primeira limitação, é importante lembrar que qualquer empresa que seja acrescentada ou excluída do grupo considerado modifica completamente o resultado da análise. Para a segunda limitação, podem ser considerados outros indicadores de natureza financeira ou operacional que acrescentem outras facetas da operação das empresas do setor elétrico, o que igualmente modificaria a análise por completo.

5. Outras possibilidades de aplicação de DEA à Contabilidade

A literatura sobre DEA é bastante extensa. CHARNES, COOPER, LEWIN e SEIFORD (1997: 11) citam que no período de 1978 a 1992 mais de 400 artigos, livros e dissertações envolvendo DEA foram publicados no exterior. Considerando-se a Base Proquest em CDROM, que contém mais de 1.000 periódicos de língua inglesa nas áreas de administração, *marketing* e negócios, uma pesquisa cobrindo o período de janeiro de 1986 a junho de 2002, revela mais de 653 artigos publicados sobre DEA. No entanto a literatura relacionando DEA especificamente à Contabilidade não é tão profícua. No exterior estudos utilizam dados contábeis para análise do desempenho de empresas com base em dados contábeis (ZHU, 2000; SMITH, 1990; FERNANDEZ-CASTRO e SMITH, 1994). O setor bancário é um dos mais constantes objetos de análise de eficiência com utilização de DEA, abrangendo tanto avaliação externa como interna das instituições (BERGER e HUMPHREY, 1997). Estudos utilizaram DEA e informações contábeis para previsão de insolvência (SIMAK, 1997; SIMAK, 2000). No Brasil, estudos começam a aparecer utilizando informações contábeis e DEA para avaliação da *performance* das empresas (CERETTA e NIEDERAUER, 2000; SILVA, 2000; KASSAI, 2002). Assim, o objetivo desse artigo foi abrir caminho para a expansão de pesquisas relacionando DEA e Contabilidade através da apresentação de um exemplo prático que, espera-se, simplifique sua utilização.

Bibliografia

- ANDERSON, David R.; SWEENEY, Dennis J.; WILLIAMS, Thomas A. *Estatística aplicada à Administração e Economia*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.
- BELLONI, José Ângelo. *Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de Universidade Federais Brasileiras*. 2000. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, do Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: UFSC.
- BERGER, Allen N.; HUMPHREY, David B. Efficiency of financial institutions: international survey and directions for future research. *European Journal of Operational Research*, 98, p. 175-212, 1997.
- BERNSTEIN, Peter L. *O desafio aos deuses: a fascinante história do risco*. Tradução de Ivo Korytowski. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- BUSSAB, Wilton de O. & MORETTIN, Pedro A. *Estatística Básica*. 5 ed. São Paulo: Saraiva, 2003.
- CERETTA, Paulo Sergio; NIEDERAUER, Carlos A. P. *Rentabilidade do setor bancário brasileiro*. 24º Encontro Nacional da ANPAD – Associação Nacional de Programas de Pós-Graduação em Administração. Florianópolis, 10-13 set. 2000.
- CHARNES, Abraham; COOPER, William W.; LEWIN, Arie Y.; SEIFORD, Lawrence M. *Data Envelopment Analysis: theory, methodology, and application*. Massachusetts (EUA): Kluwer, 1997.
- EXAME. Os Melhores e os maiores – Brasil em Exame. *Exame*, São Paulo, set. 1974.
- FERNANDEZ-CASTRO, A.; SMITH, P. Towards a general non-parametric model of corporate performance. *Omega – International Journal of Management Science*, 22, 3, p. 237-249, 1994.

HAIR, Joseph F. *et alii*. *Multivariate data analysis*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1998

HUMES Jr., Carlos. *Comunicação pessoal*. São Paulo, 22 fev. 2001.

IUDÍCIBUS, Sérgio de. Conhecimento, ciência, metodologias científicas e contabilidade. *Revista Brasileira de Contabilidade*, Brasília: Conselho Federal de Contabilidade, ano 26, nº 104, 1997.

KASSAI, Silvia. *Utilização da Análise por Envoltória de Dados (DEA) na Análise de Demonstrações Contábeis*. 1996. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Controladoria e Contabilidade da Universidade de São Paulo. São Paulo: FEA/USP.

MARTINS, Eliseu. *Que sorte: a contabilidade não é uma ciência exata*. Temática Contábil e de Balanços. São Paulo: IOB - Informações Objetivas, Boletim nº 11, 1994.

PAIVA, Francisco Canindé de. *Eficiência produtiva de programas de ensino de pós-graduação em engenharias: uma aplicação do método Análise Envoltória de Dados – DEA*. 2000. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: UFSC.

REIS, Solange Garcia dos. Ciência e contabilidade. *Revista de Contabilidade do CRC – SP*, São Paulo, ano I, nº 3, dez. 1997.

SILVA, Antônio Carlos Magalhães da. *Análise da eficiência das instituições financeiras brasileiras, segundo a metodologia do Data Envelopment Analysis (DEA)*. 2000. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pós-Graduação em Administração, da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: COPPEAD/UFRJ.

SIMAK, Paul C. *DEA based analysis of corporate failure*. 1997. Thesis (Masters of Applied Science) – Graduate Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto. Toronto (Canadá): University of Toronto.

SIMAK, Paul C. *Inverse and Negative DEA and their application to credit risk evaluation*. 2000. Thesis (Doctor of Philosophy) – Graduate Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto. Toronto (Canadá): University of Toronto.

SMITH, P. Data Envelopment Analysis applied to financial statements. *Omega – International Journal of Management Science*, 18, 2, p. 131-138, 1990.

ZHU, Joe. Multi-factor performance measure model with an application to Fortune 500 companies. *European Journal of Operational Research*, 123, p. 105-124, 2000.