



**APLICAÇÃO GERENCIAL DA PROGRAMAÇÃO LINEAR: UMA
CONTRIBUIÇÃO AO GERENCIAMENTO DE PRODUÇÃO.**

Alexandro Barbosa *

Severino Cesário de Lima **

* Professor do departamento de Ciências Contábeis da Universidade Federal do RN
Contador e Mestrando em Ciências Contábeis no Mestrado Multiinstitucional e Inter-
Regional em Ciências Contábeis UnB, UFPB, UFPE e UFRN

e-mail – alex@ufrnet.br

Endereço: Rua Alberto Silva, 1366 – Tirol – Natal/RN – Brasil – CEP: 59022-300

** Professor do departamento de Ciências Contábeis da Universidade Federal do RN
Contador, Administrador de Empresas e Mestrando em Contabilidade e Controladoria na
Universidade de São Paulo/USP

e-mail – svrnloma@hotmail.com

Endereço: Rua Carlos Eduardo Câmara, AP 308 BL 05 Guaira I – Nova Parnamirim –
Parnamirim/RN – Brasil – CEP: 59089-000

Resumo

O objetivo do presente estudo é apresentar de forma didática a utilização dos métodos quantitativos na resolução de problemas de gerenciamento de produção.

Inicialmente, apresentamos a importância dos métodos quantitativos dentro do processo gerencial e em seguida complementamos este enfoque com um exemplo prático como forma de operacionalizar os conceitos da Programação Linear e, sobretudo, contribuir para a utilização dos modelos matemáticos pelos profissionais da área contábil.

Palavras Chave: métodos quantitativos, gerenciamento da produção, programação linear, otimização de resultado.



**VII Congreso del
Instituto Internacional
de Costos**



UNIVERSIDAD DE LEÓN



**II Congreso de la
Asociación Española de
Contabilidad Directiva**

1 – Introdução

No atual contexto gerencial de atuação da contabilidade, os métodos quantitativos são cada vez mais necessários para estruturar informações e contribuir de forma objetiva para o aprimoramento do processo decisório.

Os profissionais da contabilidade precisam adotar como premissa básica o constante aprimoramento nos modelos matemáticos para que possam apresentar as informações que emergem do núcleo central do sistema contábil de forma objetiva e útil ao processo gerencial.

É sobre esta perspectiva que procuramos enxergar o futuro. O contador precisa se preparar para ocupar posições estratégicas dentro das organizações. Em assim procedendo, o processo decisório irá fluir com mais eficiência, pois é o contador o responsável pelo núcleo central de informações que alimenta o processo decisório.

Neste sentido, o nosso propósito na realização desse estudo é apresentar uma aplicação prática do uso dos métodos quantitativos, especificamente a Programação Linear, como forma de contribuir para o aprimoramento do conhecimento dos profissionais gerenciais.

2 – Importância dos Métodos Quantitativos na Solução de Problemas Gerenciais

Até o início do século XX a gestão das atividades empresariais constituía-se de procedimentos relativamente simples, isto porque o grande número de empresas existentes eram de pequeno porte, constituídas por sócios familiares, com decisões rotineiras e facilmente estruturadas.

No decorrer do século XX as empresas familiares deram espaço para as grandes companhias devido, principalmente, ao desenvolvimento do capitalismo. Diante disto, as atividades empresariais se tornaram mais complexas exigindo dos gestores conhecimentos diversificados para tomarem decisões dentro do processo gerencial. Eis que surge um ferramental de grande importância como auxílio a estruturação de informações úteis ao processo decisório – os Métodos Quantitativos.

Os métodos quantitativos adquirem importância dentro do processo de tomada de decisão pela objetividade que eles atribuem as diversas alternativas de decisão. Neste sentido, SILVA (1998,pág.14) assim se expressa: *O modelo matemático é acionado objetivando quantificar as decisões alternativas que existem quando se pretende tomar uma decisão. Em seguida, já com os dados quantificados, o Sistema de Informações alimenta o processo decisório que, por sua vez, serve de suporte à gestão das organizações.*

Esquemáticamente, este processo pode ser visualizado como mostra a figura 1 (Silva,1998, pág 13):

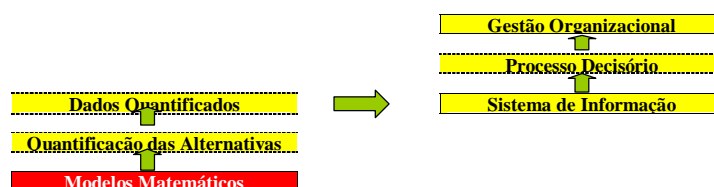


Figura 01 – Influência de Métodos Quantitativos na gestão empresarial

Pelo exposto, conclui-se que a utilização de métodos quantitativos no processo gerencial pode gerar grandes benefícios para a gestão empresarial, que segundo o entendimento de CHIAVENATO (1983; pág 498) podem proporcionar:

- (1) Descobrir e entender os fatos de uma situação melhor do que permitiria uma descrição qualitativa;
- (2) Descobrir relações existentes entre os vários aspectos do problema que não transpareceriam por si sós na descrição verbal;
- (3) Estabelecer medidas para a eficácia;
- (4) Explicar situações que no passado não foram esclarecidas, ao proporcionar relações de causa-efeito;
- (5) Tratar do problema em seu conjunto e considerar todas as variáveis principais simultaneamente, e
- (6) Como os fatores que integram um problema são tão numerosos, apenas os modelos matemáticos de processamento de dados permitem proporcionar respostas imediatas e em escala gigantesca, através de computadores e equipamentos eletrônicos.

3 – Aplicação dos Métodos Quantitativos à Contabilidade

Os métodos quantitativos podem ser utilizados para solucionar vários problemas de natureza contábil, dentre eles podemos destacar:

- (1) Rateio com reciprocidade de custos fixos;
- (2) Análise da relação custo/volume/lucro;
- (3) Análise das variações de custo orçado x custo real;
- (4)

Otimização de resultados diante de recursos limitados; (5) Projeções orçamentárias, etc.

Conforme evidenciado acima, diversos são os problemas contábeis que exigem o emprego de métodos quantitativos, porém, poucos são os profissionais da área contábil que deles se utilizam. IUDICIBUS (1995), nesse sentido, afirma:

Grande parte dos problemas enfrentados pelos contadores perante os demais “profissionais gerenciais” é que eles freqüentemente apontam informações matematicamente corretas e não sabem generalizar o uso de tais exemplos numéricos. Falta o uso adequado da simbologia matemática para dar maior força e generalidade a certos cálculos realizados pelos contadores. Outras vezes, por outro lado, as informações prestadas e os métodos utilizados são por demais rudimentares para o tipo de decisão envolvido.

Como se depreende das palavras do Professor Sérgio de Iudicibus, os profissionais gerenciais da área contábil precisa e muito desenvolver seus conhecimentos matemáticos para poderem aplicá-los com propriedade nos problemas contábeis que aparecessem no processo decisório. Neste sentido, nos propomos a apresentar neste estudo, através de um aplicação prática, uma contribuição à aplicação dos Métodos Quantitativos na solução de um problema contábil, utilizando-se da técnica matemática denominada de Programação Linear.

4 – A Programação Linear

A programação linear é uma técnica matemática adequadamente utilizada quando estamos diante de problemas empresariais ocasionados por limitações de recursos.

Segundo CORRAR (1990,pág. 44), *a programação linear é um procedimento matemático para designar ou distribuir uma quantidade fixa de recursos para uma determinada finalidade de tal forma que alguma função-objetivo seja otimizada.*

HORNEGREN, citado por SILVA (1998), apresenta o seguinte entendimento a respeito da programação linear:

A Programação Linear é um poderoso instrumento matemático para seccionar um projeto ótimo: ou seja, é um eficiente método para calcular a melhor solução para certos problemas empresariais que têm muitas variáveis integrantes e que envolvam, principalmente, a solução da combinação dos recursos que maximizam os lucros ou minimizam os custos.

Para a solução de problemas empresariais com o emprego da programação linear, os seguintes passos são fundamentais¹:

1º - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA – Refere-se a identificação de eventos que ocorrem na empresa, tais como: despesas e custos excessivos, retorno sobre o investimento não satisfatório, recursos financeiros e/ou operacionais excessivos;

2º - CONSTRUÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO – Neste caso, escolhe-se qual a modelagem mais adequada para a solução do problema. Escolhida, por exemplo, a programação linear como o modelo mais adequado efetua-se os seguintes procedimentos²:

1. **Definição das variáveis** – São os elementos envolvidos no problema, tais como: quantidade de horas máquina, volume de vendas, etc;
2. **Definição das restrições para a solução do problema** – Um exemplo de restrição é a quantidade limitada de recursos disponíveis (quantidade limitada de horas máquinas, quantidade limitada de matéria-prima, etc);
3. **Definição do objetivo** – Consiste em estabelecer a meta que se quer atingir. Por exemplo: reduzir os custos de produção; reduzir as despesas de divulgação; maximizar a margem de contribuição de um produto, de mix de produtos, etc;
4. **Definição das restrições de negatividade** – Este tipo de restrição somente é requerido para casos específicos, como por exemplo, na produção máxima de cadeiras visando a maximização do resultado global de uma empresa, uma restrição desse tipo pode ser enunciada da seguinte forma: a quantidade de cadeiras a serem produzidas está sujeita a maior ou igual a zero (não se pode produzir quantidades negativas de cadeiras).

3º - DERIVAÇÃO DE UMA SOLUÇÃO COM BASE NO MODELO – Após identificados todos os elementos necessários, procura-se aplicar o modelo e dele extrair uma solução. Para a programação linear o algoritmo utilizado para se obter uma solução adequada é o SIMPLEX. O SIMPLEX é um método que utiliza os conceitos da álgebra matricial para verificar quando a solução ótima foi atingida. Facilmente o problema pode ser resolvido utilizando-se um suplemento do Excel 2000 chamado SOLVER;

4º - TESTE DO MODELO E DA SOLUÇÃO DERIVADA DELE – Consiste nun teste de validação, isto é, procura-se verificar se a solução fornecida é viável para a decisão;

5º - ESTABELECIMENTO DE CONTROLE SOBRE A SOLUÇÃO;

6º - POR A SOLUÇÃO PARA FUNCIONAR (IMPLEMENTAÇÃO)

¹ HILLER (1998, pág 745), apresenta esses passos como fases usuais de um estudo que envolve modelos matemáticos da Pesquisa Operacional.

² Estes procedimentos são apresentados por QUIRINO (1999) como dicas para uma boa modelagem.

5 – Aplicação Prática

5.1 - Enunciado do Problema

A empresa ALFA produz seis tipos de vestuário (camisa manga longa, camisa manga curta, camiseta, calça social, calça esport e bermuda). Quanto à capacidade instalada a empresa possui duas fábricas, uma em Natal/RN e outra em João Pessoa/PB e estão equipadas com maquinários e funcionários capazes de atender toda a demanda requerida pelo mercado consumidor dos seus produtos. O departamento de engenharia da empresa identificou o tempo de mão-de-obra direta (MOD) para a fabricação dos produtos (nos departamentos de corte, costura e acabamento), conforme demonstrado na tabela 01:

PRODUTOS	Tempo de MOD (min) requerido					
	Fabrica Natal			Fabrica João Pessoa		
Camisa manga longa	3 min	e	39 seg	3 min	E	5 Seg
Camisa manga curta	3 min	e	29 seg	3 min	e	14 Seg
Camiseta	3 min	e	23 seg	3 min	e	6 seg
Bermuda	5 min	e	41 seg	5 min	e	57 seg
Calça esport	5 min	e	33 seg	6 min	e	20 seg
Calça social	7 min	e	18 seg	8 min	e	20 seg

Tabela 01 - Dados do tempo de MOD de produção

Através de averiguações nos registros de pagamento de pessoal, foi identificada a seguinte remuneração de mão-de-obra direta – MOD por hora com os respectivos encargos trabalhistas conforme demonstra a tabela 02:

Salário base por hora de MOD	10,00 R\$ por Hora de MOD
Repouso semanais remunerados;	2,00 R\$ por Hora de MOD
Provisão mensal para férias mais 1/3;	0,44 R\$ por Hora de MOD
Provisão mensal para 13º;	0,33 R\$ por Hora de MOD
Contribuição do INSS parte da empresa	3,63 R\$ por Hora de MOD
Depósito do FGTS;	0,90 R\$ por Hora de MOD
Remuneração dos feriados	0,50 R\$ por Hora de MOD
Faltas abonadas por gala, nojo etc.	0,20 R\$ por Hora de MOD
Total	18,00 R\$ por Hora de MOD

Tabela 02 – Remuneração e Encargos com MOD

Para a fabricação dos produtos são requeridas as seguintes quantidades de matéria-prima descritas na tabela 03:

PRODUTOS	Matéria-Prima	
	Tecido (m) ³	Aviamentos (R\$) ⁴
Camisa manga longa	2,5	0,90 por camisa
Camisa manga curta	2,0	0,60 por camisa
Camiseta	1,8	0,10 por camiseta
Bermuda	1,8	0,80 por bermuda
Calça esport	3,0	1,15 por calça
Calça social	3,0	1,15 por calça

Tabela 03 – Utilização de Matéria-Prima

O preço da matéria-prima tecido assume os seguintes valores:

PRODUTOS	Matéria-Prima	
	Tipo do Tecido	R\$ por metro
Camisa manga longa	Linho	R\$ 8,00 por metro
Camisa manga curta	Linho	R\$ 8,00 por metro
Camiseta	Malha Piquet	R\$ 1,15 por metro
Bermuda	Jeans	R\$ 3,50 por metro
Calça esport	Jeans	R\$ 3,50 por metro
Calça social	Linho	R\$ 8,00 por metro

Tabela 04 – Preço das Matérias-Primas

Vale salientar que, no preço de aquisição dos materiais estão inclusos 17% de ICMS e 0% de IPI (a alíquota de Impostos sobre Produtos Industrializados - IPI para tecidos é de 0%).

O departamento de engenharia informa ainda a disponibilidade de matéria-prima para cada fábrica:

Fabrica	Disponibilidade de matéria-prima		
	Jeans	Linho	Malha piquet e aviamentos
Natal	20.000	8.000	Ilimitada
João Pessoa	23.000	15.000	Ilimitada

Tabela 05 – Disponibilidade de matérias-primas por fábrica

A gerencia de vendas determinou a demanda para o período tendo por base uma pesquisa de marketing. Além disso, fixou um estoque mínimo de 10% para suprir procuras inesperadas.

³ No total de tecido utilizado está inclusa a quantidade da perda normal ocorrida no processo produtivo.

⁴ A quantidade de materiais referentes a aviamentos (botões, linhas, entretelas etc.), por serem irrelevantes foram omitidas sendo apresentado o custo destes materiais empregados em cada produto.

A tabela 06 abaixo mostra a demanda máxima prevista, bem como os preços de venda de cada produto.

PRODUTOS	Demanda	Preço de Venda
Camisa manga longa	3.000 unidades	R\$ 30,00 por unidade
Camisa manga curta	5.000 unidades	R\$ 25,00 por unidade
Camiseta	10.000 unidades	R\$ 5,00 por unidade
Bermuda	2.000 unidades	R\$ 20,00 por unidade
Calça esport	6.000 unidades	R\$ 25,00 por unidade
Calça social	2.000 unidades	R\$ 35,00 por unidade

Tabela 06 – Demanda mensal e Preços de Venda dos Produtos

É importante considerar que, segundo investigações do departamento de engenharia, ocorre uma perda natural de matéria-prima tecido na produção, em média de 10%. Esta perda é vendida como subproduto ao preço de 1,00 R\$/Kg e o seu resultado deduzido do custo dos produtos acabados. Além disso, este departamento informa que cada metro de tecido perdido na produção corresponde a 0,13 Kg.

O departamento de contabilidade informa que, além dos custos variáveis (mão-de-obra direta e materiais diretos) a estrutura instalada requer o montante de R\$ 5000,00 a título de custos fixos. Os demonstrativos contábeis de um período evidenciam ainda o montante de R\$ 12.000,00 com despesas fixas (gerais e administrativas) e o montante correspondente a 20% do faturamento bruto de cada produto como despesas variáveis (impostos, comissões de vendas, etc.).

5.2 – Solução do Problema – Trabalhando as Variáveis de Custos

Diante dos dados apresentados, o gerente geral solicitou ao contador gerencial que elaborasse um plano de produção ótimo capaz de maximizar o resultado global da empresa.

O contador gerencial, inicialmente, solicitou ao departamento de custos relatórios que evidenciassem o custo unitário e total de cada produto por fatores de produção, tendo sido elaborada as seguintes tabelas:

5.2.1 - Cálculo do Custo Unitário com Mão-de-Obra

Para se calcular o custo unitário da MOD é necessário que se converta tempo real em tempo decimal da seguinte forma:

Ex: 3 min e 39 seg
Resp: 3,xx; onde xx é o resultado da seguinte regra de três
1h -----> 60 s
xx -----> 39 s
Logo: $xx = (39 \times 1)/60$ $xx = 65$ Resposta: 3,65 min

Repetindo-se o mesmo procedimento para os outros elementos da tabela 01, chegamos a tabela 07:

PRODUTOS	Fábrica Natal	Fábrica João pessoa
Camisa manga longa	3,65	3,08
Camisa manga curta	3,48	3,23
Camiseta	3,38	3,10
Bermuda	5,68	5,95
Calça esport	5,55	6,33
Calça social	7,30	8,33

Tabela 07 – Total de minutos decimais de MOD por produto

Calcularemos agora o custo unitário com mão-de-obra

O custo total por hora = R\$18,00 por hora (ver tabela 02)
 O custo total por minuto = R\$ 18,00/60 minutos = R\$ 0,30 por minuto
 Logo, o custo unitário com MOD da camisa manga longa na fábrica de Natal é R\$ 1,10
 (3,65 min x R\$ 0,30)

Repetindo-se o mesmo procedimento para os outros elementos da tabela 07, chegaremos aos seguintes resultados:

PRODUTOS	Fábrica Natal	Fábrica João pessoa
Camisa manga longa	1,10	0,92
Camisa manga curta	1,04	0,97
Camiseta	1,01	0,93
Bermuda	1,70	1,79
Calça esport	1,67	1,90
Calça social	2,19	2,50

Tabela 08 - Total do custo unitário com MOD por produto

5.2.2 - Cálculo do Custo Unitário com Matéria-Prima

Para se calcular o custo unitário com matéria-prima deve-se deduzir do preço de compra o percentual referente aos impostos recuperáveis (ICMS-17% e IPI-0%), pois estes impostos, neste caso, não correspondem a custos e sim a créditos perante a entidade da competência tributária. Com base nessa informação o custo por metro de cada matéria prima é o seguinte:

$$\text{Custo por m de matéria-prima} = \text{Preço por m da matéria prima} \times (1-0,17)$$

CUSTO DO TECIDO (tabela IV)	R\$/metro de tecido
Custo por m de linho	$8,00 \times (1-0,17) = 8,00 \times 0,83 = \text{R\$ } 6,64$
Custo por m de malha piquet	$1,15 \times (1-0,17) = 1,15 \times 0,83 = \text{R\$ } 0,95$
Custo por m de jeans	$3,50 \times (1-0,17) = 3,50 \times 0,83 = \text{R\$ } 2,91$

Tabela 09 - Total do custo por metro de tecido

Após a determinação do custo unitário da matéria-prima, calcularemos agora o custo unitário de cada produto com matéria-prima como demonstra a tabela 10 abaixo.

PRODUTOS	MATERIAIS UTILIZADOS				CUSTO UNITÁRIO COM MATÉRIA-PRIMA
	Linho	Jeans	Malha Piquet	Aviamentos	
	Tabela 03 (coluna 2) x Tabela 09 (coluna 2)			Tabela 03 (coluna 3)	
Camisa manga longa	$2,50 \times 6,64 = 16,60$			0,90	$16,60 + 0,90 = 17,50$
Camisa manga curta	$2,00 \times 6,64 = 13,28$			0,60	$13,28 + 0,60 = 13,88$
Camiseta			$1,80 \times 0,95 = 1,71$	0,10	$1,71 + 0,1 = 1,81$
Bermuda		$1,80 \times 2,91 = 5,24$		0,80	$5,24 + 0,8 = 6,04$
Calça esport		$3,00 \times 2,91 = 8,73$		1,15	$8,73 + 1,15 = 9,88$
Calça social	$3,00 \times 6,64 = 19,92$			1,15	$19,92 + 1,15 = 21,07$

Tabela 10 – Custo unitário com matéria-prima por produto

5.2.3 - Cálculo do Custo Unitário Total(MOD+MP)

Para se chegar ao custo unitário total de cada produto basta somar o custo unitário com mão-de-obra direta(vide tabela 08) com o custo unitário com matéria-prima (vide tabela 10) como demonstrado na tabela 11 a seguir:

PRODUTOS	Fábrica Natal MOD + MP = CUT	Fábrica João pessoa MOD + MP = CUT
Camisa manga longa	$1,10 + 17,50 = 18,60$	$0,92 + 17,50 = 18,41$
Camisa manga curta	$1,04 + 13,88 = 14,92$	$0,97 + 13,88 = 14,85$
Camiseta	$1,01 + 1,81 = 2,82$	$0,93 + 1,81 = 2,74$
Bermuda	$1,70 + 6,04 = 7,74$	$1,79 + 6,04 = 7,83$
Calça esport	$1,67 + 9,88 = 11,55$	$1,90 + 9,88 = 11,78$
Calça social	$2,19 + 21,07 = 23,26$	$2,50 + 21,07 = 23,57$

Tabela 11 – Custo unitário total por produto

5.2.4 - Cálculo da Receita Média de Venda de Subproduto por Unidade de Produto (RMSP)

Para se chegar a receita média de venda de subproduto por unidade de produto basta multiplicar a quantidade de matéria-prima utilizada em cada produto (vide coluna 2 da tabela 03) pela perda determinada no item 5.1 (10% = 0,1) e pela proporção de conversão de metros de tecido em Kg de tecidos (0,13) como demonstrado abaixo:

PRODUTOS	Fábrica Natal	Fábrica João pessoa
Camisa manga longa	$2,5 \times 0,1 \times 0,13 = 0,3$	$2,5 \times 0,1 \times 0,13 = 0,3$
Camisa manga curta	$2,0 \times 0,1 \times 0,13 = 0,2$	$2,0 \times 0,1 \times 0,13 = 0,2$
Camiseta	$1,8 \times 0,1 \times 0,13 = 0,2$	$1,8 \times 0,1 \times 0,13 = 0,2$
Bermuda	$1,8 \times 0,1 \times 0,13 = 0,2$	$1,8 \times 0,1 \times 0,13 = 0,2$
Calça esport	$3,0 \times 0,1 \times 0,13 = 0,4$	$3,0 \times 0,1 \times 0,13 = 0,4$
Calça social	$3,0 \times 0,1 \times 0,13 = 0,4$	$3,0 \times 0,1 \times 0,13 = 0,4$

Tabela 12 – Receita média de venda de subproduto por unidade de produto

5.3 – Solução do Problema – Criação do Modelo Matemático

5.3.1 - Definição das Variáveis de Decisão

X_{ij} = Quantidade a produzir do produto i na Fábrica j com $i = 1...6$ e $j = 1..2$

PRODUTOS	Fábrica Natal	Fábrica João pessoa
Camisa manga longa	X_{11}	X_{12}
Camisa manga curta	X_{21}	X_{22}
Camiseta	X_{31}	X_{32}
Bermuda	X_{41}	X_{42}
Calça esport	X_{51}	X_{52}
Calça social	X_{61}	X_{62}

Tabela 13 – Variáveis de decisão

5.3.2 - Modelagem e Determinação da Função Objetivo e Suas Restrições

O departamento de contabilidade informou que o tipo de custeio utilizado é o custeio direto onde o resultado é apurado da seguinte forma:

- = Receita Bruta de Vendas de Produtos - RBVP
- (-) Custo dos produtos vendidos – CPV
 - (*) Custo dos produtos vendidos
 - (-) Vendas de Subproduto
- (-) Despesas variáveis - DV
- (=) Margem de Contribuição - MC
- (-) Custos Fixos - CF
- (-) Despesas Fixas – DF
- (=) Resultado - R

Para a formulação da função objetivo utilizaremos a demonstração do resultado do custeio direto como modelo. Assim, para o produto camisa manga longa na fábrica de Natal (X_{11}), temos:

RBVP	PV x Qt x 0,9 ⁵	30,00 x X_{11} x 0,90 = 27,00 X_{11}
(-) CPV	[(CUT - RMSP) x Qt] x 0,9	[(18,60 - 0,03) x X_{11}] x 0,90 = 16,71 X_{11}
(-) DV	{[0,2 x (PV+RMSP)] x Qt} x 0,9	{[0,2 x (30,00 + 0,03)] x X_{11} } x 0,90 = 5,41 X_{11}
(=) MC		4,88 X_{11}

Procedendo-se o cálculo para os demais produtos e efetuando-se as operações matemáticas de acordo com a DRE exposta, temos a seguinte função objetivo:

RBVP	(30,00 X_{11} +30,00 X_{12} +25,00 X_{21} +25,00 X_{22} +5,00 X_{31} +5,00 X_{32} +20,00 X_{41} +20,00 X_{42} +25,00 X_{51} +25,00 X_{52} +35,00 X_{61} +35,00 X_{62}) x 0,9
(-) CPV	[(18,60 X_{11} +18,42 X_{12} +14,92 X_{21} +14,85 X_{22} +2,82 X_{31} +2,74 X_{32} +7,74 X_{41} +7,83 X_{42} +11,55 X_{51} +11,78 X_{52} +23,26 X_{61} +23,57 X_{62}) - (0,03 X_{11} +0,03 X_{12} +0,02 X_{21} +0,02 X_{22} +0,02 X_{31} +0,02 X_{32} +0,02 X_{41} +0,02 X_{42} +0,04 X_{51} +0,04 X_{52} +0,04 X_{61} +0,04 X_{62})] x 0,9
(-) DV	(6,01 X_{11} +6,01 X_{12} +5,00 X_{21} +5,00 X_{22} +1,00 X_{31} +1,00 X_{32} +4,00 X_{41} +4,00 X_{42} +5,01 X_{51} +5,01 X_{52} +7,01 X_{61} +7,01 X_{62}) x 0,9
(=) MC	(4,88 X_{11} +5,04 X_{12} +4,59 X_{21} +4,65 X_{22} +1,08 X_{31} +1,15 X_{32} +7,45 X_{41} +7,37 X_{42} +7,63 X_{51} +7,43 X_{52} +4,29 X_{61} +4,01 X_{62})
(-) CF	-5.000,00
(-) DF	-12.000,00
(=) R Função Objetivo	4,88 X_{11} +5,04 X_{12} +4,59 X_{21} +4,65 X_{22} +1,08 X_{31} +1,15 X_{32} +7,45 X_{41} +7,37 X_{42} +7,63 X_{51} +7,43 X_{52} +4,29 X_{61} +4,01 X_{62} -5.000,00-12.000,00

Com base no exposto o plano de produção ótimo que maximize o resultado contábil é:

Maximize Z =

$$4,88X_{11}+5,04X_{12}+4,59X_{21}+4,65X_{22}+1,08X_{31}+1,15X_{32}+7,45X_{41}+7,37X_{42}+7,63X_{51}+7,43X_{52}+4,29X_{61}+4,01X_{62}-5.000,00-12.000,00$$

Sujeito a:

1. Restrição da Matéria-prima linho em Natal = $2,5X_{11}+2,0X_{21}+3,0X_{61} \leq 8.000$
2. Restrição da Matéria-prima linho em João Pessoa = $2,5X_{12}+2,0X_{22}+3,0X_{62} \leq 15.000$
3. Restrição da Matéria-prima jeans em Natal = $1,8X_{41}+3,0X_{51} \leq 20.000$
4. Restrição da Matéria-prima jeans em João Pessoa = $1,8X_{42}+3,0X_{52} \leq 23.000$
5. Restrição de demanda de camisa manga longa = $0,9X_{11}+0,9X_{12} \leq 3.000$
6. Restrição de demanda de camisa manga curta = $0,9X_{21}+0,9X_{22} \leq 5.000$
7. Restrição de demanda de camiseta = $0,9X_{31}+0,9X_{32} \leq 10.000$
8. Restrição de demanda de bermuda = $0,9X_{41}+0,9X_{42} \leq 2.000$
9. Restrição de demanda de calça esport = $0,9X_{51}+0,9X_{52} \leq 6.000$
10. Restrição de demanda de calça social = $0,9X_{61}+0,9X_{62} \leq 2.000$
11. Restrição de não negatividade = $X_{ij} \geq 0 \quad i = 1...6 \quad e \quad j = 1...2$

OBS: as restrições foram montadas da seguinte forma:

Restrição técnica de matéria prima tecido: Para a matéria-prima linho, a quantidade disponível na fábrica de Natal é de 8.000 metros sendo utilizada na fabricação

⁵ Multiplicamos por 0,9, pois 10% da produção permanecerá em estoques.

da camisa manga longa (X_{11}), camisa manga curta (X_{21}) e calça social (X_{61}). Identificandose o consumo unitário da matéria-prima por produto (vide coluna 2 da tabela III) tem-se a seguinte restrição: $2,5X_{11}+2,0X_{21}+3,0X_{61} \leq 8.000$ raciocínio idêntico é atribuído para a identificação das demais restrições de matérias-primas.

Restrição de Demanda de Produto: Para o produto camisa manga longa a demanda máxima estabelecida é 3.000 unidades para Natal (X_{11}) e João Pessoa (X_{12}). Como a empresa tem uma política de estoque mínimo de 10% (somente 90% do que é produzido é vendido) tem-se a seguinte restrição: $0,9X_{11}+0,9X_{12} \leq 3.000$, raciocínio idêntico é atribuído para a identificação das demais restrições de demanda.

5.3.3 – Resolução da Equação Matemática

Para a resolução da equação no solver é necessário elaborar a seguinte planilha:

	A	B	C	D
1	Produto	Prod. Fab. Natal	Prod. Fab. João Pessoa	Resultado
2	Camisa manga longa			$=4,88*B2+5,04*C2$
3	Camisa manga curta			$=4,59*B3+4,65*C3$
4	Camiseta			$=1,08*B4+1,15*C4$
5	Bermuda			$=7,45*B5+7,37*C5$
6	Calça Esport			$=7,63*B6+7,43*C6$
7	Calça Social			$=4,29*B7+4,01*C7$
8		Resultado		$=SOMA(D2:D7)-5000-12000$
9				
10				
11		Restrição de matéria-prima linha em Natal		
12		$=2,5*B2+2*B3+3*B7$		
13		Restrição de matéria-prima linha em João Pessoa		
14		$=2,5*C2+2*C3+3*C7$		
15		Restrição de matéria-prima jeans em Natal		
16		$=1,8*B5+3*B6$		
17		Restrição de matéria-prima jeans em João Pessoa		
18		$=1,8*C5+3*C6$		
19		Restrição de demanda de camisa manga longa		
20		$=0,9*B2+0,9*C2$		
21		Restrição de demanda de camisa manga curta		
22		$=0,9*B3+0,9*C3$		
23		Restrição de demanda de camiseta		
24		$=0,9*B4+0,98*C4$		
25		Restrição de demanda de bermuda		
26		$=0,9*B5+0,9*C5$		
27		Restrição de demanda de calça esport		
28		$=0,9*B6+0,9*C6$		
29		Restrição de demanda de calça social		
30		$=0,9*B7+0,9*C7$		
31		Restrição de não negatividade		
32		Direto no solver		

Em seguida acessar o menu de Ferramentas/Solver e definir a Célula de Destino, as Células Variáveis e Submeter às Restrições conforme a figura abaixo:

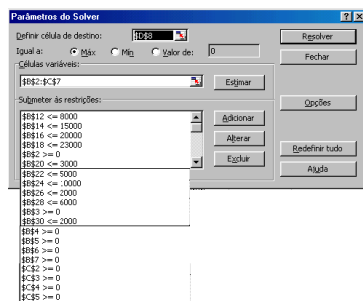


Figura 02 – Caixa de diálogo de Parâmetros do Solver do Excel

Depois de efetuadas as operações basta clicar em Resolver e o SOLVER fornecerá os seguintes relatórios:

Microsoft Excel 8.0 Relatório de resposta

Célula de destino (Máx)

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$D\$8	Resultado Resultado	(17.000,00)	109.828,89

Células ajustáveis

Célula	Nome	Valor original	Valor final
\$B\$2	Camisa manga longa Prod. Fab. Natal	-	-
\$C\$2	Camisa manga longa Prod. Fab. João Pessoa	-	3.333
\$B\$3	Camisa manga curta Prod. Fab. Natal	-	2.222
\$C\$3	Camisa manga curta Prod. Fab. João Pessoa	-	3.333
\$B\$4	Camiseta Prod. Fab. Natal	-	11.111
\$C\$4	Camiseta Prod. Fab. João Pessoa	-	-
\$B\$5	Bermuda Prod. Fab. Natal	-	-
\$C\$5	Bermuda Prod. Fab. João Pessoa	-	2.222
\$B\$6	Calça Esport Prod. Fab. Natal	-	6.667
\$C\$6	Calça Esport Prod. Fab. João Pessoa	-	-
\$B\$7	Calça Social Prod. Fab. Natal	-	1.185
\$C\$7	Calça Social Prod. Fab. João Pessoa	-	-

Restrições

Célula	Nome	Valor da célula	Fórmula	Status	Transigência
\$B\$12	Restrição de matéria-prima linho em Natal	8.000,00	\$B\$12<=8000	Agrupar	-
\$B\$22	Restrição de demanda de camisa manga curta	5.000,00	\$B\$22<=5000	Agrupar	-
\$B\$16	Restrição de matéria-prima jeans em Natal	20.000,00	\$B\$16<=20000	Agrupar	-
\$B\$18	Restrição de matéria-prima jeans em João Pessoa	4.000,00	\$B\$18<=23000	Sem agrupar	19.000,00
\$B\$30	Restrição de demanda de calça social	1.066,67	\$B\$30<=2000	Sem agrupar	933,33
\$B\$20	Restrição de demanda de camisa manga longa	3.000,00	\$B\$20<=3000	Agrupar	-
\$B\$24	Restrição de demanda de camiseta	10.000,00	\$B\$24<=10000	Agrupar	-
\$B\$26	Restrição de demanda de bermuda	2.000,00	\$B\$26<=2000	Agrupar	-
\$B\$28	Restrição de demanda de calça esport	6.000,00	\$B\$28<=6000	Agrupar	-
\$B\$14	Restrição de matéria-prima linho em João Pessoa	15.000,00	\$B\$14<=15000	Agrupar	-
\$C\$7	Calça Social Prod. Fab. João Pessoa	-	\$C\$7>=0	Agrupar	-
\$B\$2	Camisa manga longa Prod. Fab. Natal	-	\$B\$2>=0	Agrupar	-
\$B\$3	Camisa manga curta Prod. Fab. Natal	2.222	\$B\$3>=0	Sem agrupar	2.222,22
\$B\$4	Camiseta Prod. Fab. Natal	11.111	\$B\$4>=0	Sem agrupar	11.111,11
\$B\$5	Bermuda Prod. Fab. Natal	-	\$B\$5>=0	Agrupar	-
\$B\$6	Calça Esport Prod. Fab. Natal	6.667	\$B\$6>=0	Sem agrupar	6.666,67
\$B\$7	Calça Social Prod. Fab. Natal	1.185	\$B\$7>=0	Sem agrupar	1.185,19
\$C\$2	Camisa manga longa Prod. Fab. João Pessoa	3.333	\$C\$2>=0	Sem agrupar	3.333,33
\$C\$3	Camisa manga curta Prod. Fab. João Pessoa	3.333	\$C\$3>=0	Sem agrupar	3.333,33
\$C\$4	Camiseta Prod. Fab. João Pessoa	-	\$C\$4>=0	Agrupar	-
\$C\$5	Bermuda Prod. Fab. João Pessoa	2.222	\$C\$5>=0	Sem agrupar	2.222,22
\$C\$6	Calça Esport Prod. Fab. João Pessoa	-	\$C\$6>=0	Agrupar	-

Análise do Relatório de Resposta

No quadro célula destino temos o resultado valor final. Este resultado representa a valor ótimo maximizado que a empresa obterá caso coloque o plano de otimização em prática. Quanto ao valor original, este refere-se aos custos e despesas fixas incorridos para manter a estrutura instalada.

No quadro células ajustáveis temos o resultado valor final. Este resultado representa a quantidade máxima de produtos que cada fábrica deve produzir para maximizar o resultado global da entidade. Observe que alguns produtos não são indicados para serem produzidos em determinada fábrica, como por exemplo, bermuda na fábrica de Natal, camiseta, calça esporte e calça social na fábrica de João Pessoa.

No quadro de restrições – coluna denominada de transigência, temos os valores obtidos após as interações, indica se as restrições foram integralmente utilizadas como limite, ou se existe alguma folga.

Microsoft Excel 8.0 Relatório de sensibilidade
Células ajustáveis

Célula	Nome	Valor Final	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
SBS2	Camisa manga longa Prod. Fab. Natal	-	(0,0850)	4,88	0,0850	1E+30
SCS2	Camisa manga longa Prod. Fab. João Pessoa	3.333	-	5,04	1E+30	0,0850
SBS3	Camisa manga curta Prod. Fab. Natal	2.222	-	4,59	0,2467	0,0680
SCS3	Camisa manga curta Prod. Fab. João Pessoa	3.333	-	4,65	0,0680	0,2467
SBS4	Camiseta Prod. Fab. Natal	11.111	-	1,08	1E+30	0,0239
SCS4	Camiseta Prod. Fab. João Pessoa	-	(0,0260)	1,15	0,0260	1E+30
SBS5	Bermuda Prod. Fab. Natal	-	-	7,45	0,0400	0,0800
SCS5	Bermuda Prod. Fab. João Pessoa	2.222	-	7,37	0,0800	0,0400
SBS6	Calça Esport Prod. Fab. Natal	6.667	-	7,63	1E+30	0,0667
SCS6	Calça Esport Prod. Fab. João Pessoa	-	(0,0667)	7,43	0,0667	1E+30
SBS7	Calça Social Prod. Fab. Natal	1.185	-	4,29	1,6680	0,3700
SCS7	Calça Social Prod. Fab. João Pessoa	-	(0,3700)	4,01	0,3700	1E+30

Restrições

Célula	Nome	Valor Final	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
SBS12	Restrição de matéria-prima linho em Natal	8.000,00	1,43	8.000	3.111,11	3.555,56
SBS22	Restrição de demanda de camisa manga curta	5.000,00	1,92	5.000	1.600,00	1.400,00
SBS16	Restrição de matéria-prima jeans em Natal	20.000,00	0,04	20.000	4.000,00	-
SBS18	Restrição de matéria-prima jeans em João Pessoa	4.000,00	-	23.000	1E+30	19.000,00
SBS30	Restrição de demanda de calça social	1.066,67	-	2.000	1E+30	933,33
SBS20	Restrição de demanda de camisa manga longa	3.000,00	1,54	3.000	1.280,00	1.120,00
SBS24	Restrição de demanda de camiseta	10.000,00	1,20	10.000	1E+30	10.000,00
SBS26	Restrição de demanda de bermuda	2.000,00	8,19	2.000	9.500,00	2.000,00
SBS28	Restrição de demanda de calça esport	6.000,00	8,33	6.000	-	1.200,00
SBS14	Restrição de matéria-prima linho em João Pessoa	15.000,00	1,46	15.000	3.111,11	3.555,56

Análise do Relatório de Sensibilidade

No quadro células ajustáveis encontramos os seguintes resultados:

(1) Valor final – Temos as quantidades que representa o ponto ótimo de solução do problema. Obtemos o melhor mix de produção.; (2) Reduzido custo – Pode ser interpretado como o custo de oportunidade. Quando se tem algum valor significa o quanto se deixa de ganhar por unidade pelo fato do produto não ser fabricado. Se apresentar valor zero significa que todas as variáveis de decisão estão em condição ótima; (3) Objetivo coeficiente – representa a margem de contribuição da função objetivo; (4) Permissível acréscimo e permissível decréscimo – representa o intervalo no qual o objetivo coeficiente pode variar sem alterar a solução física encontrada. Por exemplo, para a produção de camisa manga curta na fábrica Natal o coeficiente pode variáveis de 4,32 e 4,95 que a produção ótima indicada continua sendo de 2.222 unidades.

No quadro restrições encontramos os seguintes resultados:

(1) Valor final – os valores alí indicados referem-se ao volume de fatores restritivos efetivamente utilizados. Por exemplo a restrição de matéria-prima linho na fábrica de Natal é igual a 8.000m, isto significa que toda essa quantidade foi consumida; (2) Preço sombra – Representa o acréscimo na função objetivo dado a um acréscimo de uma unidade no fator restritivo. Por exemplo, se aumentarmos um metro de linho para a fábrica de Natal teremos um acréscimo de 1,49 na margem de contribuição. Este é um bom

indicador para definir investimentos (3) Restrição lateral (RIGHT HAND – R.H) – Representa a restrição inicialmente identificada. Para a matéria-prima Jeans na fábrica de João Pessoa a quantidade disponível era de 23.000m, no entanto apenas o valor final consumido foi de 4.000m; (4) Permissível acréscimo e permissível decréscimo – Representa o intervalo de validade do preço sombra. Neste intervalo o preço sombra não se altera. Por exemplo, a quantidade de matéria-prima linho na fábrica de Natal pode variar de 4.445m a 11.111m que o preço sombra permanecerá 1,49.

6 – Conclusão

A conclusão que podemos extrair, não somente pela realização desse estudo, mas também por evidências obtidas de outros trabalhos científicos, é que os métodos quantitativos vêm sendo levados em consideração pelos contadores na resolução de problemas gerenciais, porém de forma tímida e limitada, por diversos fatores dos quais destacamos a dificuldade dos profissionais da contabilidade em operacionalizar os modelos matemáticos.

Com o advento de programas sofisticados de operacionalização de fórmulas estatísticas e matemáticas, espera-se que os contadores percam a inibição e comecem a encarar a Matemática e a Estatística como instrumentos naturais capazes de lhes assistirem no processo gerencial de decisões.

7 - Referências Bibliográficas

- CHIAVENATO, Idalberto (1983): Introdução à teoria geral da administração. McGraw do Brasil, São Paulo.
- CORRAR, Luiz João (1990): Análise das relações custo/volume/lucro para multiprodutos em condições de incerteza. Tese de Doutorado FEA/USP.
- COSTA, Magnus Amaral (1987): Otimização dos resultados e minimização dos custos- Parte 1. Revista Brasileira de Contabilidade.
- HILLIER, Frederick S (1988): Introdução à pesquisa operacional. Ed. Campus, Rio de Janeiro.
- HORNGREN, Charles T. (1978): Contabilidade de custos. Atlas, São Paulo.
- IUDÍCIBUS, Sérgio de (1995). Contabilidade gerencial. Atlas, São Paulo.
- QUIRINO, Roberto (1998): Caderno com aulas expositivas sobre métodos quantitativos aplicados a contabilidade - Universidade Federal da Paraíba.
- SILVA, José Dioniso Gomes da (1996): Contribuição ao estudo da contabilometria. Uma aplicação da programação não linear a problemas gerenciais. Trabalho apresentado no mestrado FEA/USP, São Paulo.
- WAGNER, Harvey M (1986): Pesquisa operacional. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro.

