INTRODUCCIÓN DE LOS LUGARES AUXILIARES EN LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL COSTE DE PRODUCCIÓN

Fernando Mir Estruch

Catedrático de la Universidad de Barcelona Socio Fundador de ACODI.

ANTECEDENTES

Una vez determinada la formulación del coste de producción de los productos obtenidos en una explotación aplicando el modelo orgánico de costes bajo el supuesto implícito de que todos los lugares de trabajo contemplados eran de carácter principal (1), corresponde entrar en la consideración de la existencia de lugares de trabajo de tipo auxiliar, a cuyo propósito recordaremos las principales fórmulas establecidas, en las que se contempla un total de "i" productos, obtenidos partiendo de "j" materias primas, tratadas en "l" lugares de trabajo, que para cuyo funcionamiento se requieren "k" factores activos (2):

El coste total de cada producto en lo referente a materias primas se determina a través de:

$$\begin{bmatrix} KTM1 \\ KTM2 \\ . \\ . \\ . \\ KTMi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A1 & 0 & .... & 0 \\ 0 & A2 & .... & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & .... & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} qm11 & qm12 & .... & qm1j \\ qm21 & qm22 & .... & qm2j \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ qmi1 & qmi2 & .... & qmij \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} pm1 \\ pm2 \\ . \\ . \\ . \\ pmj \end{bmatrix}$$

(1) Trabajo publicado bajo el título "Formulación matemática del coste de producción" en *Tempore Serviendum*, obra colectiva de homenaje al Dr. D. Jaime Gil Aluja. Ed. Milladoiro, págs. 241-257, 1992.

(2) En el presente trabajo se respetará la numeración de las expresiones del anterior, al objeto de conseguir una mayor unidad temática.

[39]

que se puede expresar de forma sintética de la siguiente forma:

$$vcKTMi = dgAi \times Mqmij \times vcpmj \qquad [40]$$

significando:

KTMi = Coste total de la materia prima empleada en la producción del producto "i".
Ai = Cantidad obtenida del producto "i".
qmij = Cantidad de materia prima "j" necesaria para obtener una unidad de pructo acabado "i".
pmj = Valor unitario de la materia prima "j".

El coste total de transformación de los distintos productos se calcula mediante:

$$\begin{bmatrix} KTF1 \\ KTF2 \\ . \\ . \\ . \\ KTFi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A2 & \dots & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & \dots & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t1 & t12 & \dots & t1l \\ t21 & t22 & \dots & t2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ ti1 & ti2 & \dots & til \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} qf11 & qf12 & \dots & qf1k \\ qf21 & qf22 & \dots & qf2k \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ qfl1 & qfl2 & \dots & qflk \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} pf1 \\ pf2 \\ . \\ . \\ . \\ pfk \end{bmatrix}$$

[41]

es decir:

$$vcKTFi = dgAi \times Mtil \times Mqflk \times vcpfk \qquad [42]$$

significando

KTFi = Coste total de transformación del producto "i".
til = Tiempo que emplea la fase "l" para que se pueda obtener una unidad de producto acabado "i" al finalizar su proceso productivo.
qflk = Cantidad de factor "k" consumida por la fase "l" por unidad de tiempo de funcionamiento de esta fase.
pfk = Valor unitario del factor "k".

Como resulta que el coste de producción es la suma de los dos anteriores:

$$\begin{bmatrix} KT1 \\ KT2 \\ . \\ . \\ . \\ KTi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KTM1 \\ KTM2 \\ . \\ . \\ . \\ KTMi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} KTF1 \\ KTF2 \\ . \\ . \\ . \\ KTFi \end{bmatrix} \qquad [43]$$

es decir:

$$vcKTi = vcKTMi + vcKTFi \qquad [44]$$

significando

KTi = Coste total de producción del producto acabado "i".

Podemos escribir:

$$vcKTi = dgAi \times Mqmij \times vcpmj + dgAi \times Mtil \times Mqflk \times vcpfk \qquad [45]$$

expresión que de forma inmediata permite deducir la formulación de los costes de producción unitarios de los productos:

$$vckuti = Mqmij \times vcpmj + Mtil \times Mqflk \times vcpfk \qquad [46]$$

donde:

kuti = Coste de producción unitario del producto "i".

De esta formulación analítica se desprende la posibilidad de obtener diversa información complementaria, pudiendo destacar:

A) *Determinación de las cantidades consumidas de materias primas*

Se obtendrán mediante:

$$\begin{bmatrix} i) \\ 1,1,...,1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & A2 & ... & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & ... & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} qm11 & qm12 & ... & qm1j \\ qm21 & qm22 & ... & qm2j \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ qmi1 & qmi2 & ... & qmij \end{bmatrix} = [Qm1, Qm2, ..., Qmj]$$

[47]

es decir:

$$vf1\ (i) \times dgAi \times Mqmij = vfQmj \qquad [48]$$

donde:

vf1 (i) = Vector fila unidad de orden i.

Qmj = Cantidad total consumida de materia prima "j".

B) *Coste total de cada materia prima*

$$[Qm1, Qm2, ..., Qmj] \times \begin{bmatrix} pm1 & 0 & ...... & 0 \\ 0 & pm2 & ...... & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & ...... & pmj \end{bmatrix} = [Km1, Km2, ..., Kmj]$$

[51]

es decir:

$$vfQmj \times dgpmj = vfKmj \qquad [52]$$

donde:

Kmj = Coste en el período de la materia prima "j".

C) *Tiempos de funcionamiento de los lugares de trabajo*

Se obtendrán mediante:

$$\begin{bmatrix} i) \\ 1, 1, ..., 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & A2 & & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & ... & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t11 & t12 & ... & t1l \\ t21 & t22 & ... & t2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ ti1 & ti2 & ... & til \end{bmatrix} = [TT1, TT2, ..., TTl]$$

[53]

es decir:

$$vf1\ (i) \times dgAi \times Mtil = vfTTl \qquad [54]$$

significando

TTl = Tiempo total de funcionamiento del lugar "l".

D) *Cantidades empleadas de factores*

Se obtendrán de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} i) \\ 1,1,...,1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A2 & & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & \dots & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t11 & t12 & \dots & t1l \\ t21 & t22 & \dots & t2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ ti1 & ti2 & \dots & til \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} qf11 & qf12 & \dots & qf1k \\ qf21 & qf22 & \dots & qf2k \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ qfl1 & qfl2 & \dots & qflk \end{bmatrix} = [Qf1, Qf2, ..., Qfk]$$

[55]

o sea:

$$vf1\ (i) \times dgAi \times Mtil \times Mqflk = vfQfk \qquad [56]$$

donde:

Qfk = Cantidad total empleada de factor "k".

También se puede determinar de la siguiente forma:

$$[TT1, TT2, ..., TTl] \times \begin{bmatrix} qf11 & qf12 & \dots & qf1k \\ qf21 & qf22 & \dots & qf2k \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ qfl1 & qfl2 & \dots & qflk \end{bmatrix} = [Qf1, Qf2, ..., Qfk]$$

[57]

es decir:

$$VfTTl \times Mqflk = vfQfk \qquad [58]$$

E) *Coste total de cada factor empleado*

$$[Qf1, Qf2, ..., Qfk] \times \begin{bmatrix} pf1 & 0 & ...... & 0 \\ 0 & pf2 & ...... & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & ...... & pfk \end{bmatrix} = [Kf1, Kf2, ..., Kfk]$$

[61]

es decir:

$$vfQfk \times dgpfk = vfKfk \qquad [62]$$

donde:

Kfk = Coste total del factor "k".

F) *Coste de funcionamiento de los lugares*

$$[pf1, pf2, ..., pfk] \times \begin{bmatrix} qf11 & qf21 & ... & qfl1 \\ qf12 & qf22 & ... & qfl2 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ qf1k & qf2k & ... & qflk \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} TT1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & TT2 & ... & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & ... & TTl \end{bmatrix} = [KH1, KH2, ..., KHl]$$

[65]

es decir:

$$vfpfk \times (Mqflk)' \times dgTTl = vfKHl \qquad [66]$$

donde:

KHl = Coste total de funcionamiento del lugar "l".

CONSIDERACION DE LOS LUGARES AUXILIARES

Si suponemos ahora la existencia dentro de la propia explotación de lugares de trabajo de tipo auxiliar, hemos de tener en cuenta que, además de los factores originarios hasta aquí tratados, también son precisos para el funcionamiento de los lugares de trabajo los factores derivados elaborados merced a la actividad desarrollada por tales lugares auxiliares.

Para un tratamiento completo de la problemática derivada de la existencia de dichos lugares auxiliares, cabe efectuar sucesivamente las siguientes hipótesis de trabajo:

- Existen lugares auxiliares que únicamente elaboran factores para uso de los lugares principales.
- Además del supuesto de la hipótesis anterior, los lugares auxiliares autoconsumen parte de los factores por ellos mismos elaborados.
- Además de los supuestos anteriores, también los lugares auxiliares pueden requerir factores derivados, elaborados por otros lugares.
- Además pueden existir cesiones mutuas de factores derivados entre los distintos lugares auxiliares.

El proceso a seguir a fin de contemplar la formulación matemática adecuada, estribará en plantearnos directamente la última hipótesis; pues, al poseer una problemática que contiene a las de las hipótesis anteriores, la solución que desarrollemos podrá ser asimismo aplicada, en principio, a los otros supuestos, sin perjuicio de que, en su momento, procedamos a realizar los análisis oportunos al respecto.

FORMULACIÓN ANALÍTICA DEL COSTE DE PRODUCCIÓN

Lógicamente, la introducción de posibles lugares auxiliares sólo incide en la formulación del coste de perfeccionamiento de los productos, por lo que permanecerán inalteradas las fórmulas [39] y [40] establecidas en su momento para el coste de las materias primas.

Centrándonos, por lo tanto, en el coste de transformación, tenemos que considerar, en primer término que además de consumir factores originarios (fk), cada lugar de trabajo puede además consumir factores derivados (f'k'), para cuya valoración resulta preciso calcular el coste de funcionamiento del lugar que los ha elaborado, ya que debe aplicarse el criterio de coste a tal efecto, con lo cual se cumplirá que los lugares auxiliares trasladen, en último extremo, su coste de funcionamiento a los principales, para que de éstos reviertan a los productos y, de esta forma, la totalidad del coste del período se aplique a los portadores de coste.

Ello supondrá efectuar algunas modificaciones en el significado y el desarrollo de algunas d elas fórmulas estudiadas. En primer término, hemos de considerar la variación que supone en la significación del resultado obtenido a partir de las expresiones [53] y [54] que ahora es el siguiente:

$$\overset{i)}{\left[1, 1, \ldots, 1\right]} \times \begin{bmatrix} A1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & A2 & & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & \ldots & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t11 & t12 & \ldots & t1l \\ t21 & t22 & \ldots & t2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ ti1 & ti2 & \ldots & til \end{bmatrix} = [TF1, TF2, \ldots, TFl]$$

[79]

o, de forma abreviada:

$$vf1\ (i) \times dgAi \times Mtil = vfTFl \qquad [80]$$

donde:

TFl = Tiempo empleado por el lugar "l" en la fabricación de productos

quedando pendiente de determinar, por tanto, el tiempo destinado a la elaboración de factores derivados, tiempo que junto al anterior nos determinará el tiempo total de funcionamiento de cada lugar de trabajo. Para ello, hemos de tomar en consideración las cantidades de factores derivados precisas por unidad de tiempo de funcionamiento de cada lugar, que podemos expresar mediante la matriz:

$$Mqf'1k' = \begin{bmatrix} qf'11' & qf'12' & \dots & qf'1k' \\ qf'21' & qf'22' & \dots & qf'2k' \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ qf'l1' & qf'l2' & \dots & qf'lk' \end{bmatrix} \qquad [81]$$

donde:

qf'lk' = Cantidad de factor derivado "k'" que precisa el lugar "l", por unidad de tiempo de funcionamiento.

por lo que la matriz Mqf'lk' será una matriz cuadrada, pues el número de factores derivados posibles coincide con el número de lugares que pueden elaborarlos, es decir, k'=l.

Si consideramos ahora los tiempos de elaboración de cada unidad de factor derivado, podemos definir

$$\begin{bmatrix} tf'1 & 0 & \dots\dots & 0 \\ 0 & tf'2 & \dots\dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & \dots\dots & tf'l \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ .1) \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tf'1 \\ tf'2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ tf'l \end{bmatrix} \qquad [82]$$

o de forma abreviada:

$$dgtf'l \times vc1\ (l) = vctf'l \qquad [83]$$

donde:

tf'l = Tiempo que emplea el lugar "l' para elaborar una unidad de factor derivado.

vc1 (l) = Vector columna unidad de orden 1.

por lo que:

$$\begin{bmatrix} qf'11 & qf'12' & \dots & qf'1k' \\ qf'21' & qf'22 & \dots & qf'2k' \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ qf'l1' & qf'l2' & \dots & qf'lk' \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} tf'1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & tf'2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & tf'l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'11 & t'12 & \dots & t'1l \\ t'21 & t'22 & \dots & t'2l \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t'l1 & t'l2 & \dots & t'll \end{bmatrix} \qquad [84]$$

es decir:

$$Mqf'lk'x\ dgtf'l = Mt'll \qquad [85]$$

donde:

t'11 = Tiempo que emplea el lugar "l" para elaborar la cantidad de factor derivado precisa por unidad de tiempo de funcionamiento del lugar "1".

Si tenemos presente que el tiempo total de funcionamiento de un lugar de trabajo estará formado por el tiempo de fabricación de productos más el tiempo que destina a la elaboración de factores derivados precisos para el funcionamiento de los demás lugares de trabajo, podemos escribir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} TT1 = TF1 + t'11xTT1 + t'21xTT2 + \dots + t'l1xTTl \\ TT2 = TF2 + t'12xTT1 + t'22xTT2 + \dots + t'l2xTTl \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ TTl = TFl + t'1lxTT1 + t'2lxTT2 + \dots + t'llxTTl \end{array}\right\} \qquad [86]$$

de donde:

$$\left.\begin{array}{l} TF1 = (1-t'11)xTT1 - t'21xTT2 - \dots - t'l1xTTl \\ TF2 = -t'12xTT1 + (1-t'22)xTT2 - \dots - t'l2xTTl \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ TFl = -t1lxTT1 - t'21xTT2 - \dots + (1-t'll)xTTl \end{array}\right\} \qquad [87]$$

o sea:

$$\begin{bmatrix} TF1 \\ TF2 \\ \vdots \\ TFl \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-t'11) & -t'21 & \dots & -t'l1 \\ -t'12 & (1-t'22) & \dots & -t'l2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -t'1l & -t'2l & \dots & (1-t'll) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} TT1 \\ TT2 \\ \vdots \\ TTl \end{bmatrix} \qquad [88]$$

y, si tenemos en cuenta que:

$$\begin{bmatrix} (1-t'11) & -t'21 & \dots & -t'l1 \\ -t'12 & (1-t'22) & \dots & -t'l2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -t'1l & -t'2l & \dots & (1-t'll) \end{bmatrix} =$$

$$\left[\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t'11 & t'12 & \dots & t'1l \\ t'21 & t'22 & \dots & t'2l \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t'l1 & t'l2 & \dots & t'll \end{bmatrix} \right]' \qquad [89]$$

es decir:

$$(M(I-t'll))' = (MI\ (l) - Mt'll)' \qquad [90]$$

donde:

MI (l) = Matriz unidad de orden l.

podemos escribir:

$$vcTFl = (M(I-t'll))' \times vcTTl \qquad [91]$$

de donde:

$$[(M(I-t'll))']^{-1} \times vcTfl = vcTTl \qquad [92]$$

que mediante la correspondiente trasposición de términos permite escribir

$$vfTFl \times [M(I-t'll)]^{-1} = vfTTl \qquad [93]$$

o, en forma desarrollada:

$$[TF1, TF2, \dots, TFl] \times \begin{bmatrix} (1-t'11) & -t'12 & \dots & -t'1l \\ -t'21 & (1-t'22) & \dots & -t'2l \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -t'l1 & -t'l2 & \dots & (1-t'll) \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$= [TT1, TT2, \ldots, TTl] \qquad [94]$$

expresión que permite sustituir el primer factor por su determinación en [79].

$$\left[\begin{array}{c} i) \\ 1,1,\ldots,1 \end{array}\right] \times \begin{bmatrix} A1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & A2 & & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & \ldots & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t11 & t12 & \ldots & t1l \\ t21 & t22 & \ldots & t2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ ti1 & ti2 & \ldots & til \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} (1-t'11) & -t'12 & \ldots & -t'1l \\ -t'21 & (1-t'22) & \ldots & -t'2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ -t'l1 & -t'l2 & \ldots & (1-t'll) \end{bmatrix}^{-1} = [TT1, TT2, \ldots, TTl] \qquad [95]$$

es decir:

$$vf1\ (i) \times dgAi \times Mtil \times Minvt' = vf\dot{T}T1 \qquad [96]$$

significando:

$$Minvt' = [M(1-t'll)]^{-1}$$

lo cual nos permite reformular la determinación del coste de perfeccionamiento de los productos elaborados obtenido en [41] y [42] de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} KTF1 \\ KTF2 \\ . \\ . \\ KTFi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & A2 & \ldots & 0 \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 0 & 0 & \ldots & Ai \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t11 & t12 & \ldots & t1l \\ t21 & t22 & \ldots & t2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ ti1 & ti2 & \ldots & til \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} (1-t'11) & -t'12 & \ldots & -t'1l \\ -t'21 & (1-t'22) & \ldots & -t'2l \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ -t'l1 & -t'l2 & \ldots & (1-t'll) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} qf11 & qf12 & \ldots & qf1k \\ qf21 & qf22 & \ldots & qf2k \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ qfl1 & qfl2 & \ldots & qflk \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} pf1 \\ pf2 \\ . \\ . \\ . \\ pfk \end{bmatrix}$$

[97]

o, de forma abreviada

$$vcKTFi = dgAi \times Mtil \times Minvt'x\ Mqflk \times vcpfk \quad [98]$$

con lo cual, la expresión [45] representativa del coste total de producción resultará:

$$vcKTi = dgAi \times Mqmij \times vcpmj + dgAi \times Mtil \times Minvt'x\ Mqflk \times vcpfk \quad [99]$$

y la expresión [46] que nos muestra el coste de producción unitario de cada producto, se convertirá en:

$$vckuti = Mqmij \times vcpmj + Mtil \times Minvt'x\ Mqflk \times vcpfk \quad [100]$$

INFORMACION COMPLEMENTARIA

La información complementaria susceptible de ser extraída experimenta asimismo diversas modificaciones que es preciso analizar:

A) *Determinación de las cantidades consumidas de materias primas*

Coincide con la obtenida en [47], [48].

B) *Coste total de cada materia prima*

Coincide con la obtenida en [51], [52].

C) *Tiempos de funcionamiento de los lugares de trabajo*

Los tiempos de funcionamiento de los lugares de trabajo han sido debidamente estudiados en [79], [80] por una parte, y en [95], [96] por otra.

D) *Cantidades empleadas de factores*

Como consecuencia de lo anterior, variarán las expresiones [55] y [56] representativas de las cantidades empleadas de factores originarios. Sin embargo, no variarán las expresiones [57] y [58] que son sustitutivas de las anteriores, a condición de calcular vf TTI a partir de [95] y [96], que es la solución que adoptaremos.

E) *Coste total de cada factor empleado*

Coincide con [61], [62].

F) *Coste de funcionamiento de los lugares*

El coste de funcionamiento de los lugares de trabajo debe ser estudiado en dos etapas. La primera atiende a su coste primario, motivado por los factores originarios, que se calcula igual que [65] y [66]:

$$[pf1, pf2, ..., pfk] \times \begin{bmatrix} qf11 & qf21 & \dots & qfl1 \\ qf12 & qf22 & \dots & qfl2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ qf1k & qf2k & \dots & qflk \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} TT1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & TT2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & TTl \end{bmatrix} = [KP1, KP2, ..., KPl] \quad [101]$$

es decir:

$$vfpfk \times (Mqflk)' \times dgTTl = vfKPl \quad [102]$$

donde:

KPl = Coste primario del lugar "l".

pero, por otra parte, debe considerarse la incidencia del coste de los factores derivados. A tal efecto, formularemos los costes totales de funcionamiento de los lugares a partir de su coste primario, mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} KH1 = KP1 + \%t'11xKH1 + \%t'12xKH2 + \dots + \%t'1lxKHl \\ KH2 = KP2 + \%t'21xKH1 + \%t'22xKH2 + \dots + \%t'2lxKHl \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ KHl = KPl + \%t'l1xKH1 + \%t'l2xKH2 + \dots + \%t'llxKHl \end{array}\right\} \quad [103]$$

donde:

%t'll = Parte alícuota del tiempo total de funcionamiento del lugar "l", empleado en elaborar los factores derivados que precisa el lugar "1".

$$\left.\begin{array}{l} KP1 = (1-\%t'11)xKH1 - \%t'12xKH2 - \dots - \%t'1lxKHl \\ KP2 = -\%t'21xKH1 + (1-\%t'22)xKH2 - \dots - \%t'2lxKHl \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ KPl = -\%t'l1xKH1 - \%t'l2xkh2 - \dots + (1-\%t'll)xKHl \end{array}\right\} \quad [104]$$

es decir:

$$\begin{bmatrix} KP1 \\ KP2 \\ \vdots \\ KPl \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1\%t'11) & -\%t'12 & \dots & -\%t'1l \\ -\%t'21 & (1-\%t'22) & \dots & -\%t'2l \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\%t'l1 & -\%t'l2 & \dots & (1-\%t'll) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} KH1 \\ KH2 \\ \vdots \\ KHl \end{bmatrix} \qquad [105]$$

y, teniendo en cuenta que:

$$\begin{bmatrix} (1-\%t'11) & -\%t'12 & \dots & -\%t'1l \\ -\%t'21 & (1-\%t'22) & \dots & -\%t'2l \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\%t'l1 & -\%t'l2 & \dots & (1-\%t'll) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \%t'11 & \%t'12 & \dots & \%t'1l \\ \%t'21 & \%t'22 & \dots & \%t'2l \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \%t'l1 & \%t'l2 & \dots & \%t'll \end{bmatrix} \qquad [106]$$

es decir:

$$M\,(I-\%t'll) = MI\,(I) - M\%t'll \qquad [107]$$

determinándose:

$$M\%t'll = dgTTl \times Mt'll \times MinvdgTTl \qquad [108]$$

donde:

$$MinvdgTTl = [dgTTl]^{-1}$$

es decir:

$$\begin{bmatrix} TT1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & TT2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & TTl \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t'11 & t'12 & \dots & t'1l \\ t'21 & t'22 & \dots & t'2l \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t'l1 & t'l2 & \dots & t'll \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{TT1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{TT2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{TTl} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \%t'11 & \%t'12 & \dots & \%t'1l \\ \%t'21 & \%t'22 & \dots & \%t'2l \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \%t'l1 & \%t'l2 & \dots & \%t'll \end{bmatrix} \qquad [109]$$

podemos escribir la expresión [105] de la siguiente manera:

$$vcKPl = M\ (I - \%t'll) \times vcKHl \qquad [110]$$

de donde:

$$[M\ (I - \%t'll)]^{-1} \times vcKpl = vcKHl \qquad [111]$$

que mediante la oportuna trasposición de términos permite escribir:

$$vfKPl \times [(M(I - \%t'll))']^{-1} = vfKHl \qquad [112]$$

o, en forma desarrollada

$$[KP1, KP2, \dots, KPl] \times \begin{bmatrix} (1-\%t'11) & -\%t'21 & \dots & -\%t'l1 \\ -\%t'12 & (1-\%t'22) & \dots & -\%t'l2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ -\%t'1l & -\%t'2l & \dots & (1-\%t'll) \end{bmatrix}^{-1} = [KH1, KH2, \dots, KHl] \qquad [113]$$

expresión que permite sustituir el primer factor por su determinación en [101]:

$$[pf1, pf2, \dots, pfk] \times \begin{bmatrix} qf11 & qf21 & \dots & qfl1 \\ qf12 & qf22 & \dots & qfl2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ qf1k & qf2k & \dots & qflk \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} TT1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & TT2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & TTl \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} (1-\%t'11) & -\%t'21 & \dots & -\%t'l1 \\ -\%t'12 & (1-\%t'22) & \dots & -\%t'l2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ -\%t'1l & -\%t'2l & \dots & (1-\%t'll) \end{bmatrix}^{-1} = [KH1, KH2, \dots, KHl] \qquad [114]$$

es decir:

$$vfpfk \times (Mqflk)' \times dgTTI \times (Minv\%t')' = vfKHI \qquad [115]$$

significando:

$$Minv\%t' = [M(I-\%t'II)]^{-1}$$

CONSIDERACIONES FINALES

Debe significarse que de manera similar a la labor realizada en el trabajo reseñado anteriormente (3), se ha estudiado la posible automatización de los cálculos hasta aquí expuestos, a fin de facilitar su aplicación. En este sentido hemos analizado las posibilidades que ofrece la utilización de la hoja de cálculo Lotus 1-2-3- instalada en un PC compatible, resolviendo satisfactoriamente tal cuestión en una aplicación numérica en la que todos los cálculos más arriba desarrollados se han sistematizado completamente a partir de unos datos iniciales, mediante el uso de una instrucción "macro" preparada a tal efecto.

Asimismo, debe dejarse constancia de que se mantiene la significación de la formulación expuesta, tanto desde el punto de vista del análisis ex-post de la información facilitada por la actividad realmente desarrollada a lo largo de un período, ya que nos sintetiza dicha realidad ofreciéndonos un modelo matemático de un gran valor explicativo; como desde el punto de vista de la predicción de magnitudes futuras a través de su presupuestación, labor en que desempeña un papel primordial la información complementaria que es posible extraer del citado melo.

Por último, hay que señalar que si bien esta formulación conduce a la determinación precisa d elos costes –totales o unitarios– de los distintos productos elaborados en una explotación a lo largo de un período –presente o futuro–, la información complementaria que se deriva de la misma permite, a la vez que exige, un análisis más profundo, cuyo desarrollo y discusión nos proponemos abordar en una próxima ocasión.

---

(3) Ver nota a pie de página número (1).